



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

FRANCISCA LANAI RIBEIRO TORRES

**MODELAGEM DE LIVRE MERCADO COM  
NEGOCIAÇÃO MULTILATERAL ENTRE  
AGENTES EM SISTEMAS DE GERAÇÃO  
HIDROTÉRMICOS**

Itajubá, 29 de junho de 2018.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

FRANCISCA LANAI RIBEIRO TORRES

**MODELAGEM DE LIVRE MERCADO COM  
NEGOCIAÇÃO MULTILATERAL ENTRE  
AGENTES EM SISTEMAS DE GERAÇÃO  
HIDROTÉRMICOS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para obtenção do título de **Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica**.

**Área de Concentração:** Sistemas Elétricos de Potência/Economia do Setor Eletro-Energético

**Orientador:** Prof. PhD. José Wanderley Marangon Lima

**Co-Orientador:** Prof. PhD. Anderson Rodrigo de Queiroz

Itajubá, 29 de junho de 2018.

# DEDICATÓRIA

DEDICO ESTE TRABALHO A MINHA MÃE, QUE ME APOIOU  
NA BUSCA DE MEUS OBJETIVOS E SEMPRE ME SERVIU  
COMO EXEMPLO DE FORÇA FEMININA.

---

## AGRADECIMENTO

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me guiar e me guardar durante todos esses anos em que estou distante da minha família, por me dar tranquilidade e sabedoria em momentos difíceis, e por me conceder o privilégio da vida;

Ao professor José Wanderley Marangon Lima, por ter me orientado durante esses 2 anos como mestrandia da UNIFEI, por ter sugerido o tema em que tenho trabalhado, e por colaborar com meu crescimento acadêmico;

Ao professor Anderson Rodrigo de Queiroz, por ter me auxiliado na implementação do modelo matemático desenvolvido nesta dissertação, fornecendo as ferramentas necessárias para que ele se concretizasse;

Ao professor Rubem Cesar, por ter me encorajado a participar do curso de mestrado da UNIFEI, e à professora Verônica Etchebehere, por ter me auxiliado na definição de meu orientador;

À CAPES, pelo financiamento que permitiu a minha permanência em Itajubá durante os últimos anos;

As minhas colegas do GESis, Aline Ribeiro e Giulia Medeiros, pelo apoio e companheirismo demonstrado a mim durante os últimos anos;

Aos meus pais e irmãs, por me incentivarem a seguir na pós-graduação e por me apoiarem em todos os momentos de necessidade e de todas as formas possíveis;

Em especial, agradeço a minha mãe, por sempre acreditar no meu potencial, e por ser a minha maior incentivadora.

---

## EPÍGRAFE

SE PENSAR É O DESTINO DO SER HUMANO, CONTINUAR  
SONHANDO É O SEU GRANDE DESAFIO. E ISTO, É LÓGICO,  
IMPLICA EM TRAJETÓRIAS COM RISCOS, EM VITÓRIAS,  
COM MUITAS LUTAS, E NÃO POUCOS OBSTÁCULOS PELO  
CAMINHO. APESAR DE TUDO, SEJA OUSADO. LIBERTE SUA  
CRIATIVIDADE. E NUNCA DESISTA DE SEUS SONHOS, POIS  
ELES TRANSFORMARÃO SUA VIDA EM UMA GRANDE  
AVENTURA.

**AUGUSTO CURY**

---

## **RESUMO**

### **MODELAGEM DE LIVRE MERCADO COM NEGOCIAÇÃO MULTILATERAL ENTRE AGENTES EM SISTEMAS DE GERAÇÃO HIDROTÉRMICOS**

Francisca Lanai Ribeiro Torres

Itajubá

2018

Nas últimas décadas, tem-se verificado uma mudança de paradigma no modo como é feita a comercialização de energia elétrica em vários países. Os setores eletro-energéticos reestruturados, ou que ainda estão passando por esse processo, seguem uma clara tendência de liberalização em que o Estado, faseadamente, abre mão do controle sobre os agentes produtores e consumidores a fim de que eles se tornem mais independentes e possam participar ativamente de ambientes de comercialização de energia. Apesar das diferenças estruturais e regulatórias, observa-se um padrão em grande parte dos casos de mercados reestruturados: a existência de um mercado a curto prazo do tipo Loose-Pool, em que os agentes detentores de usinas ofertam o par preço/quantidade a um operador de mercado, que, por seguinte, efetua a liquidação das ofertas e demandas com base no preço marginal locacional. Em países como o Brasil, a implantação de um mercado do tipo Loose-Pool não seria uma tarefa fácil, pois há características, inerentes as suas matrizes elétricas fundamentadas em energia renovável, que, ao serem exploradas por agentes naturalmente favorecidos, poderiam originar externalidades negativas e até mesmo desotimizar a operação do sistema. Neste contexto, destaca-se a dependência operativa de Usinas Hidrelétricas (UHEs) no final de cascata com relação às UHEs a montante além da não despachabilidade de Usinas de Energia Eólica (UEEs) e Usinas Fotovoltaicas (UFVs). No primeiro caso, observa-se que a dependência operativa de UHEs pode distanciar o sistema da operação ótima, pois as firmas detentoras das UHEs situadas na cabeceira das cascatas detêm o poder de controlar parte da matéria prima “água” que afluí aos reservatórios das UHEs a

---

---

jusante, influenciando, assim, na disponibilidade de água e no volume de seus reservatórios. Idealmente, o melhor aproveitamento dos recursos hídricos ocorre quando as usinas situadas no final de cascatas operam com o nível dos seus respectivos reservatórios próximo ao máximo. Neste caso, as usinas a montante devem defluir quantidade de água suficiente para que, em conjunção com a contribuição da precipitação, seja possível manter o nível das usinas a jusante. Entretanto, no mercado Loose-Pool, essa condição pode não ser respeitada, já que o despacho das usinas se dá por ordem de mérito baseado nas ofertas de cada um dos agentes que, individualmente, buscam a maximização do benefício próprio sem levar em consideração a operação ótima de todo o sistema. A fim de aprofundar as questões apresentadas, esta dissertação propõe um Problema de Equilíbrio com Restrições de Equilíbrio (EPEC) para a análise do comportamento estratégico de produtores que atuam em sistemas hidrotérmicos com UHEs em cascata. Tendo em vista que o regime de mercado Loose-Pool expõe os agentes detentores de UHEs à externalidades negativas, é avaliado, também, um mecanismo de mercado fundamentado no Teorema de Coase, que permita a negociação multilateral, no qual todos os produtores atuantes em uma cascata possam firmar acordos de operação com o intuito de efficientizar o processo de geração e, conseqüentemente, maximizar seu payoff. Esse processo de negociação multilateral entre as partes é modelado por meio do Jogo de Barganha de Nash, que admite como entrada os resultados do Loose-Pool. A partir da aplicação dos dois modelos descritos em um sistema teste, foram obtidos resultados que apontam uma preferência por parte dos agentes controladores das UHEs em agir estrategicamente por meio do preço, através de ofertas mais caras que conduzem o operador do mercado a aumentar o despacho de UTEs e elevar o preço da energia. Para o caso das cascatas, o Modelo de Barganha Multilateral de Nash mostrou que se houverem incentivos suficientes, os agentes controladores de usinas espacialmente acopladas podem chegar a acordos economicamente benéficos que conduzem a uma aproximação entre os resultados do Loose-Pool pós-barganha e o Tight-Pool.

**Palavras-Chave:** Oferta Estratégica, Produtores de Energia Hidrelétrica, Loose-Pool, Teoria dos Jogos, EPEC, Barganha de Nash.

---

# ABSTRACT

## MODELING FREE MARKET WITH MULTILATERAL NEGOTIATION BETWEEN AGENTS IN HYDROTHERMAL GENERATION SYSTEMS

Francisca Lanai Ribeiro Torres

Itajubá

2018

Over recent decades, it has been observed a paradigm shift in the way in which commercialization of electrical energy is made in several countries. The restructured power sectors, or the ones which are still under process of restructuring, follow a clear trend towards liberalization, in which the State, in a phased way, gives up control over producers and consumers in order to make them more independent and participate actively in energy transactions. Despite the structural and regulatory differences, there is a pattern in most of the restructured power markets: the existence of a Loose-Pool in which the agents holding the plants bid a price / quantity pair to a market operator, which sequentially makes the settlement of offers and demands based on the Locational Marginal Price (LMP). In countries such as Brazil, the introduction of Loose-Pool market may not be an easy task, since there are inherent characteristics, such as their energy matrices based on renewable energy, that can lead to the emergence of negative externalities and even to an inefficient operation if it is explored by naturally favored agents. In this context, the operational dependence of downstream Hydroelectric Power Plants (HPPs) on the upstream HPPs stands out as well as the non-dispatchability of Wind Power Plants (WPPs) and Photovoltaic Power Plants (PPPs). In the first case, it is observed that the operational dependence of HPPs can repels the system from the optimal operation, since the agent that own the upstream HPP has the power to control part of the raw material "water" that flows to the reservoir of the downstream HPP, thus influencing the availability of water and the volume of its reservoir. Ideally, the best use of water resources occurs when the downstream HPPs operate and the levels of their reservoirs are full, in this

---

case, the upstream HPPs must release sufficient amount of water, in conjunction with the contribution of the rainfall, in order to be possible to maintain the level without the downstream HPPs stop producing. However, in the Loose-Pool market, this condition may not be respected, since the dispatch of the plants is made in order of merit based on offers of each one of the agents that, individually, seek to maximize their own benefit without taking into account the optimal operation of the entire system. In order to deepen the analysis of the presented questions, this dissertation proposes an Equilibrium Problem with Equilibrium Constraints (EPEC) for the analysis of the strategic behavior of producers working in hydrothermal systems with cascaded UHEs. Given that the Loose-Pool market exposes the holders of HPPs to negative externalities, a market mechanism based on Coase Theorem that allows multilateral trading is evaluated, in which all cascade producers can enter into an operating agreement with a view to streamlining the generation process and, consequently, maximizing their profits. This process of multilateral negotiation between the parties is modeled by means of a Nash Bargain Game, which admits as input the results of Loose-Pool. The test case results based on a test system show that hydroelectric power producers prefer act strategically through price, by bidding high prices which lead the market operator to increase the thermoelectric dispatch and raise the energy price. In the case of cascade HPPs the Nash Multilateral Bargaining Model has shown that if there are sufficient incentives, agents can reach economically beneficial arrangements that bring the post-bargain Loose-Pool dispatch closer to the Tight-Pool dispatch.

**Keywords:** Strategic Bidding, Hydroelectric Power Producers, Loose-Pool, Game Theory, EPEC, Nash Bargain.

---

---

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Perfil esquemático de uma usina hidrelétrica. ....	31
Figura 2.2 - Ciclos de regularização dos reservatórios.....	32
Figura 2.3 - Hidrelétricas em cascata. ....	33
Figura 2.4 - Perfil esquemático de termelétrica a combustível fóssil.....	39
Figura 2.5 - Perfil esquemático de uma termelétrica a gás natural.....	40
Figura 2.6 - Fluxo em malha de transmissão determinado por PTDFs. ....	44
Figura 3.1 - Esquema do MAE.....	49
Figura 3.2 - Estrutura de um mercado de energia.....	58
Figura 3.3 - Comportamento estratégico de GENCOs.....	64
Figura 4.1 - Esquemas de jogos aplicado ao problema de comportamento estratégico de produtores. ....	94
Figura 4.2 - Método da diagonalização de Gauss-Seidel aplicado ao problema de equilíbrio de mercado. ....	95
Figura 5.1 - Diagrama unifilar do sistema teste.....	108
Figura 5.2 - Relação entre os modelos EPEC e Barganha de Nash Multilateral.....	133

---

---

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1.1 - Características dos trabalhos que compõem a revisão bibliográfica I. ....	26
Quadro 1.2 - Características dos trabalhos que compõem a revisão bibliográfica II. ....	27
Quadro 5.1 - Resumo das considerações feitas para a execução do EPEC. ....	111
Quadro 5.2 - Resumo das considerações feitas para a execução do modelo de barganha multilateral. ....	112

---

---

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 2.1 - Função de produção da UHE Capivara, considerando vazão vertida nula. ....	36
Gráfico 5.1 - Capacidade de geração termelétrica x custo das UTEs do sistema teste. ....	110
Gráfico 5.2 - Ofertas de preço realizadas pelos agentes estrategistas em cenários com distintas VIs. ....	115
Gráfico 5.3 - Ofertas de potência realizadas pelos agentes estrategistas em cenários com distintas VIs. ....	116
Gráfico 5.4 – Despacho efetivo médio das UHEs em cenários com distintas VIs. ....	117
Gráfico 5.5 – Despacho efetivo das UHEs no Tight-Pool para cenários com distintas VIs. .	119
Gráfico 5.6 – Despacho efetivo das UTEs no Tight-Pool para cenários com distintas VIs. ...	120
Gráfico 5.7 – Despacho efetivo médio das UTEs em cenários com distintas VIs. ....	121
Gráfico 5.8 - Volume médio dos reservatórios das UHEs para cenários com distintas VIs. .	122
Gráfico 5.9 - Ofertas de preço realizadas pelos agentes estrategistas em cenários com distintos PFEEs. ....	124
Gráfico 5.10 - Ofertas de potência realizadas pelos agentes estrategistas em cenários com distintos PFEEs. ....	125
Gráfico 5.11 - Despacho efetivo médio das UHEs em cenários com distintos PFEEs. ....	127
Gráfico 5.12 - Despacho efetivo médio das UTEs em cenários com distintos PFEEs. ....	128
Gráfico 5.13 - Volume médio dos reservatórios das UHEs para cenários com distintos PFEEs. ....	130
Gráfico 5.14 – Soma dos despachos das UHEs após a negociação multilateral em cenários com distintas VIs. ....	135
Gráfico 5.15 - Volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral em cenários com distintas VIs. ....	139
Gráfico 5.16 - Soma dos despachos das UHEs após a negociação multilateral em cenários com distintos PFEE. ....	143

---

---

Gráfico 5.17 - Volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral em cenários com distintos PFEE. ....	147
--	-----

---

---

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Dados básicos das UHEs do sistema teste.....	109
Tabela 5.2 - Dados para construção da FPHA.....	109
Tabela 5.3 - Coeficientes dos Polinômios Cota Jusante associados às UHEs do sistema teste. .....	109
Tabela 5.4 - Coeficientes dos Polinômios Cota Montante associados às UHEs do sistema teste. .....	110
Tabela 5.5 – LMPs médios associados ao sistema teste em cenários com distintas VIs.....	115
Tabela 5.6 - Diferença percentual entre o despacho efetivo médio e as ofertas de potência em cenários com distintas VIs.....	118
Tabela 5.7 - Diferença percentual entre o despacho efetivo médio das UHEs definido pelo EPEC com relação ao obtido em um Tight-Pool em cenários com distintas VIs. ....	120
Tabela 5.8 - Diferença percentual entre o despacho efetivo médio das UTEs definido pelo EPEC com relação ao obtido em um Tight-Pool em cenários com distintas VIs. ....	121
Tabela 5.9 – Diferença percentual entre o volume médio de água nos reservatórios, durante o período T, definido pelo EPEC com relação ao Tight-Pool em cenários com distintas VIs..	123
Tabela 5.10 - LMPs médios associados ao sistema teste em cenários com distintos PFEEs.	124
Tabela 5.11 – Diferença percentual entre o despacho efetivo médio das UHEs e as ofertas de potência em cenários com distintos PFEEs. ....	127
Tabela 5.12 - Diferença percentual entre o despacho efetivo médio das UHEs definido pelo EPEC com relação ao obtido em um Tight-Pool em cenários com distintos PFEEs. ....	128
Tabela 5.13 – Diferença percentual entre o despacho efetivo médio das UTEs definido pelo EPEC com relação ao obtido em um Tight-Pool em cenários com distintos PFEEs.. ....	129
Tabela 5.14 – Diferença percentual entre o volume médio de água nos reservatórios, durante o período T, definido pelo EPEC com relação ao Tight-Pool em cenários com distintos PFEEs. .....	130
Tabela 5.15 – Diferença percentual entre o despacho das UHEs após a negociação multilateral	

---

---

com relação ao Loose-Pool em distintos cenários de VIs. ....	136
Tabela 5.16 - Diferença percentual entre o despacho das UHEs no Loose-Pool com relação Tight-Pool em cenários de distintas VIs.....	137
Tabela 5.17 - Diferença percentual entre o despacho das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Tight-Pool em cenários de distintas VIs.....	138
Tabela 5.18 - Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Loose-Pool em distintos cenários de VIs.....	140
Tabela 5.19 - Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs no Loose-Pool com relação Tight-Pool em cenários de distintas VIs. ....	140
Tabela 5.20 – Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral e o Tight-Pool em cenários com distintas VIs. ....	141
Tabela 5.21 – Diferença percentual entre o despacho das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Loose-Pool em cenários de distintos PFEEs. ....	144
Tabela 5.22 - Diferença percentual entre o despacho das UHEs no Loose-Pool com relação Tight-Pool em cenários de distintos PFEEs. ....	145
Tabela 5.23 - Diferença percentual entre o despacho das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Tight-Pool em cenários de distintos PFEEs. ....	145
Tabela 5.24 - Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Loose-Pool em cenários de distintos PFEEs.....	147
Tabela 5.25 - Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs no Loose-Pool com relação Tight-Pool em cenários de distintos PFEEs.....	148
Tabela 5.26 – Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral e o Tight-Pool em cenários com distintos PFEEs. ....	149
Tabela A.1 - Dados elétricos do sistema teste. ....	161
Tabela A.2 - Dados das UTEs do sistema teste. ....	162
Tabela A.3 - Patamares da curva de demanda do sistema teste. ....	163
Tabela C.1 - Arquivo de configuração de máquina virtual vmconfig.vmc para implementação distribuída de MILPPs.....	178
Tabela C.2 - CPLEX Parameter File Options.prm. ....	180

---

---

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACL – AMBIENTE DE CONTRATAÇÃO LIVRE

ACR – AMBIENTE DE CONTRATAÇÃO REGULADO

BDP – BREAKDOWN POINT

CEPEL – CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA

CESP – COMPANHIA ELÉTRICA DE SÃO PAULO

CVU – CUSTO VARIÁVEL UNITÁRIO

EPEC – EQUILIBRIUM PROBLEM WITH EQUILIBRIUM CONSTRAINTS

FPH – FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA

FPHA – FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA APROXIMADA

GENCO – GENERATION COMPANY

ISO – INDEPENDENT SYSTEM OPERATOR (OPERADOR DO MERCADO)

KKT – KARUSH-KUHN-TUCKER

LMP – LOCACIONAL MARGINAL PRICE

MCC – MARGINAL CONGESTION COST

MCP – MARKET CLEARING PRICE

MCQ – MARKET CLEARING QUANTITY

MEB – MATRIZ ELÉTRICA BRASILEIRA

MEC – MARGINAL ENERGY COST

MEP – MARKET EQUILIBRIUM POINT

MLC – MARGINAL LOSS COST

MILP – MIXED-INTEGER LINEAR PROGRAMMING

---

MILPP – MIXED-INTEGER LINEAR PROGRAMMING PROBLEM

MO – MARKET OPERATOR

MPEC – MATHEMATICAL PROBLEM WITH EQUILIBRIUM CONSTRAINTS

NBS – NASH BARGAIN SOLUTION

NTC – NET TRANSFER CAPACITY

ONS – OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA

PMO – PLANEJAMENTO MENSAL DA OPERAÇÃO

PTDF – POWER TRANSFER DISTRIBUTION FACTOR

RETAILCOs – RETAIL COMPANIES

SEB – SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO

SIN – SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL

UEE – USINA DE ENERGIA EÓLICA

UFV – USINA FOTOVOLTAICA

UHE – USINA HIDRELÉTRICA

UTE – USINA TERMELÉTRICA

VNA – VAZÃO NATURAL AFLUENTE

VNI – VAZÃO NATURAL INCREMENTAL

---

---

## LISTA DE SÍMBOLOS

$i$  – USINA HIDRELÉTRICA

$j$  – USINA TERMELÉTRICA

$s$  – VARIÁVEL BINÁRIA

$k$  – BARRAMENTO

$t$  – ESTÁGIO

$l$  – LINHA DE TRANSMISSÃO

$N_h$  – NÚMERO DE HIDRELÉTRICAS

$N_t$  – NÚMERO DE TERMELÉTRICAS

$N_d$  – NÚMERO DE CENTROS DE CARGA

$N_l$  – NÚMERO DE LINHAS

$N_s$  – NÚMERO DE VARIÁVEIS BINÁRIAS

$T$  – NÚMERO DE ESTÁGIOS

$\eta$  – COEFICIENTE DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA [MW/(m<sup>3</sup>/s)];

$\zeta$  – MULTIPLICADOR VOLUMÉTRICO-TEMPORAL [(m<sup>3</sup>/s) » (hm<sup>3</sup>/d)];

$\Omega_h$  – CONJUNTO DE USINAS HIDRELÉTRICAS

$\Omega_t$  – CONJUNTO DE USINAS TERMELÉTRICAS

$\Omega_i^{\text{up}}$  – CONJUNTO DE USINAS HIDRELÉTRICAS A MONTANTE DE  $i$

$\Omega_k$  – CONJUNTO DE BARRAMENTOS

$\Omega_l$  – CONJUNTO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

$\Omega_i^{\text{down}}$  – CONJUNTO DE USINAS HIDRELÉTRICAS A JUSANTE DE  $i$

---

- 
- $\sigma$  – CONJUNTO DE VARIÁVEIS PRIMAS DO PROBLEMA MESTRE (MPEC)
- $u$  – CONJUNTO DE VARIÁVEIS PRIMAS DO PROBLEMA ESCRAVO (MPEC)
- $\chi$  – CONJUNTO DE VARIÁVEIS DUAS DO PROBLEMA ESCRAVO (MPEC)
- $\vartheta$  – CONJUNTO DE VARIÁVEIS BINÁRIAS E AUXILIARES (MPEC)
- $B$  – MATRIZ DE SUSCEPTÂNCIAS
- $H$  – MATRIZ DE PTDFs
- $h_{\text{mon}}(vr)$  – POLINÔMIO COTA MONTANTE
- $h_{\text{jus}}(vv, vt)$  – POLINÔMIO COTA JUSANTE
- $h_l(vr, vt, vv)$  – QUEDA LÍQUIDA DE UMA UHE
- $\rho_{\text{esp}}$  – PRODUTIVIDADE ESPECÍFICA
- $\eta_{\text{tur}}$  – RENDIMENTO MÉDIO DAS TURBINAS DE UMA UHE
- $\eta_{\text{ger}}$  – RENDIMENTO MÉDIO DOS GERADORES DE UMA UHE
- $\eta_{\text{ter}}$  – RENDIMENTO MÉDIO DAS TURBINAS E GERADORES DE UMA UTE
- $\omega_{\text{cor}}$  – FATOR DE MANUTENÇÃO CORRETIVA DE UMA UTE
- $\omega_{\text{prev}}$  – FATOR DE MANUTENÇÃO PREVENTIVA DE UMA UTE
- $\Omega^{\text{FPHA}}$  – CONJUNTO DE CORTES ASSOCIADOS A FPHA DE UMA UHE;
- $vr_{i,t}$  – VOLUME DO RESERVATÓRIO [ $\text{hm}^3$ ];
- $vt_{i,t}$  – VAZÃO TURBINADA [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];
- $vv_{i,t}$  – VAZÃO VERTIDA [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];
- $vi_{i,t}$  – VAZÃO NATURAL INCREMENTAL [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];
- $\hat{p}_{h_{i,t}}$  – OFERTA DE PREÇO;
- $\hat{g}_{h_{i,t}}$  – OFERTA DE POTÊNCIA;
-

---

$\gamma_{i,t}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE BALANÇO HÍDRICO

$\lambda_t$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE BALANÇO ENERGÉTICO

$\mu_{i,t,\max}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE LIMITE MÁXIMO DE FLUXO DE POTÊNCIA

$\mu_{i,t,\min}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE LIMITE MÍNIMO DE FLUXO DE POTÊNCIA

$\varepsilon_{i,t,\max}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE VOLUME MÁXIMO DO RESERVATÓRIO

$\varepsilon_{i,t,\min}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE VOLUME MÍNIMO DO RESERVATÓRIO

$\rho_{i,t,\max}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE GERAÇÃO HIDRELÉTRICA MÁXIMA

$\rho_{i,t,\min}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE GERAÇÃO HIDRELÉTRICA MÍNIMA

$\tau_{i,t,\max}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE VAZÃO VERTIDA MÁXIMA

$\tau_{i,t,\min}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE VAZÃO VERTIDA MÍNIMA

$\xi_{j,t,\max}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE GERAÇÃO TERMELÉTRICA MÁXIMA

$\xi_{j,t,\min}$  – VARIÁVEL DUAL DA RESTRIÇÃO DE GERAÇÃO TERMELÉTRICA MÍNIMA

$x_{i,s,t}$  – VARIÁVEL BINÁRIA ASSOCIADA À OFERTA DE PREÇO

$y_{i,s,t}$  – VARIÁVEL BINÁRIA ASSOCIADA À OFERTA DE GERAÇÃO

$z_{i,s,t}$  – VARIÁVEL AUXILIAR A  $x_{i,s,t}$

$w_{i,s,t}$  – VARIÁVEL AUXILIAR A  $y_{i,s,t}$

$GC_i$  – GERAÇÃO ALOCADA A CONTRATOS DE VENDA [MWh]

$PC_i$  – PREÇO DA GERAÇÃO ALOCADA A CONTRATOS DE VENDA [R\$/MWh]

$\kappa$  – PREÇO FUTURO DA ENERGIA [R\$/MWh]

$b$  – CUSTO VARIÁVEL [R\$/MWh]

$P(u)$  – FUNÇÃO OBJETIVO DO PROBLEMA ESCRAVO PRIMAL

---

---

$D(\chi)$  – FUNÇÃO OBJETIVO DO PROBLEMA ESCRAVO DUAL

$r_{i,i}$  – FRAÇÃO DA RECEITA ASSOCIADA A ENERGIA BARGANHADA POR  $i$  QUE É DESTINADA À GENCO DE ORIGEM  $i$

$g_{h,i,t}$  – PARCELA DE  $GN_{i,t}$  NEGOCIADA COM O AGENTE CONTROLADOR DA UHE  $i$

$BDP_i$  – BREAKDOWN POINT ASSOCIADO AO AGENTE DETENTOR DA UHE  $i$

$\alpha_{i,s}$  – COEFICIENTE LINEAR DO PLANO  $s$  DA FPHA

$\acute{\alpha}_{i,s}$  – COEFICIENTE DO PLANO  $s$  DA FPHA ASSOCIADO A VARIÁVEL  $vr_{i,t}$

$\ddot{\alpha}_{i,s}$  – COEFICIENTE DO PLANO  $s$  DA FPHA ASSOCIADO A VARIÁVEL  $vt_{i,t}$

$\ddot{\ddot{\alpha}}_{i,s}$  – COEFICIENTE DO PLANO  $s$  DA FPHA ASSOCIADO A VARIÁVEL  $vv_{i,t}$

$\hat{g}_h$  – VETOR DE OFERTAS DE POTÊNCIA ASSOCIADO ÀS UHES

$\hat{p}_h$  – VETOR OFERTA DE PREÇOS ASSOCIADO ÀS UHES

$\hat{g}_t$  – VETOR DE OFERTAS DE POTÊNCIA ASSOCIADO ÀS UTES

$\hat{p}_t$  – VETOR OFERTA DE PREÇOS ASSOCIADO ÀS UTES

$b$  – VETOR DE CUSTOS VARIÁVEIS

$vr$  – VETOR DE VOLUME DOS RESERVATÓRIOS DAS UHES

$vt$  – VETOR DE VAZÕES TURBINADAS DAS UHES

$vv$  – VETOR DE VAZÕES VERTIDAS DAS UHE

$vi$  – VETOR DE VAZÕES NATURAIS INCREMENTAIS AOS RESERVATÓRIOS DAS UHES

$d$  – VETOR DE DEMANDA NOS BARRAMENTOS

$H$  – MATRIZ DE PTDFs

$\gamma$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS EQUAÇÕES DE BALANÇO HÍDRICO DAS UHES

---

---

$\lambda$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS EQUAÇÕES DE BALANÇO ENERGÉTICO

$\mu_{\max}$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS INEQUAÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA MÁXIMO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

$\mu_{\min}$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS INEQUAÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA MÍNIMO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

$\epsilon_{\max}$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS INEQUAÇÕES DE VOLUME MÁXIMO DOS RESERVATÓRIOS DAS UHES

$\epsilon_{\min}$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS INEQUAÇÕES DE VOLUME MÍNIMO DOS RESERVATÓRIOS DAS UHES

$\rho_{\max}$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS INEQUAÇÕES DE VAZÃO TURBINADA MÁXIMA DAS UHES

$\rho_{\min}$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS INEQUAÇÕES DE VAZÃO TURBINADA MÍNIMA DAS UHES

$\tau_{\max}$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS INEQUAÇÕES DE VAZÃO VERTIDA MÁXIMA DAS UHES

$\tau_{\min}$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS INEQUAÇÕES DE VAZÃO VERTIDA MÍNIMA DAS UHES

$\xi_{\max}$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS INEQUAÇÕES DE GERAÇÃO TERMELÉTRICA MÁXIMA

$\xi_{\min}$  – VETOR DE VARIÁVEIS DUAIS ASSOCIADAS ÀS INEQUAÇÕES DE GERAÇÃO TERMELÉTRICA MÍNIMA

$f_{l_{\max}}$  – VETOR DE FLUXO DE POTÊNCIA MÁXIMO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

$vr_{\max}$  – VETOR DE VOLUME MÁXIMO DOS RESERVATÓRIOS DAS UHES

$vr_{\min}$  – VETOR DE VOLUME MÍNIMO DOS RESERVATÓRIOS DAS UHES

---

---

$\mathbf{vv}_{\max}$  – VETOR DE VAZÃO VERTIDA MÁXIMA DAS UHES

$\mathbf{vv}_{\min}$  – VETOR DE VAZÃO VERTIDA MÍNIMA DAS UHES

$\mathbf{g}_{t\min}$  – VETOR DE GERAÇÃO TERMELÉTRICA MÍNIMA DAS UTES

$\mathbf{GC}$  – VETOR DE POTÊNCIAS ASSOCIADAS AOS CONTRATOS DE GERAÇÃO DAS UHES

$\mathbf{PC}$  – VETOR DE PREÇOS ASSOCIADOS AOS CONTRATOS DE GERAÇÃO DAS UHES

$\hat{\mathbf{V}}_r$  – MATRIZ DE COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO HÍDRICO PARA O VETOR  $\mathbf{vr}$

$\hat{\mathbf{V}}_t$  – MATRIZ DE COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO HÍDRICO PARA O VETOR  $\mathbf{vt}$

$\tilde{\mathbf{e}}_h^t$  – MATRIZ DE COEFICIENTES UNITÁRIOS ASSOCIADA AO VETOR  $\mathbf{vt}$  E ÀS RESTRIÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA

$\tilde{\mathbf{e}}_t^t$  – MATRIZ DE COEFICIENTES UNITÁRIOS ASSOCIADA AO VETOR  $\mathbf{g}_t$  E ÀS RESTRIÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA

$\mathbf{diag}(\bar{\eta})$  – MATRIZ DIAGONAL DE COEFICIENTES DE PRODUTIVIDADE DAS HIDRELÉTRICAS

$\mathbf{diag}(\bar{\zeta})$  – MATRIZ DIAGONAL DE MULTIPLICADORES VOLUMÉTRICOS-TEMPORAIS

---

---

# SUMÁRIO

RESUMO.....	iv
ABSTRACT .....	vi
LISTA DE FIGURAS .....	viii
LISTA DE GRÁFICOS.....	x
LISTA DE TABELAS .....	xii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....	xiv
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xvi
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....	12
1.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	12
1.2. OBJETIVOS .....	27
1.2.1. OBJETIVO GERAL.....	27
1.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	28
1.3. ESTADO DA ARTE.....	14
1.3.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	14
1.3.2. CARACTERÍSTICAS DOS TRABALHOS REVISADOS .....	25
1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	28
CAPÍTULO 2 - SISTEMAS HIDROTÉRMICOS EM MERCADOS DE CURTO PRAZO .....	30
2.1. INTRODUÇÃO .....	30
2.2. EQUACIONAMENTO DAS USINAS .....	31
2.2.1. GERAÇÃO DE ENERGIA HIDRELÉTRICA.....	31
2.2.2. MODELAGEM DE USINAS HIDRELÉTRICAS .....	32
2.2.3. FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTICA .....	34
2.2.4. FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA APROXIMADA .....	36
2.2.5. GERAÇÃO DE ENERGIA TERMELÉTRICA .....	39
2.2.6. MODELAGEM DE TERMELÉTRICAS .....	40
2.3. EQUACIONAMENTO DA REDE ELÉTRICA .....	41
2.3.1. FLUXO DE POTENCIA LINEARIZADO.....	41
2.3.2. REFORMULAÇÃO POR PTDFs .....	44
2.4. CONCLUSÃO .....	46

---

---

<b>CAPÍTULO 3 - MERCADOS DE ENERGIA ELÉTRICA .....</b>	<b>47</b>
<b>3.1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>47</b>
<b>3.2. MERCADO BRASILEIRO DE ENERGIA ELÉTRICA.....</b>	<b>47</b>
3.2.1. REESTRUTURAÇÃO DO SEB E INTRODUÇÃO DOS AMBIENTES DE CONTRATAÇÃO.....	47
3.2.2. MODELOS COMPUTACIONAIS NEWAVE E DECOMP .....	50
<b>3.3. MODELOS DE MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA.....</b>	<b>52</b>
3.3.1. MERCADOS DE ENERGIA .....	52
3.3.2. ESTRUTURAÇÃO DOS MERCADOS DE ENERGIA .....	54
3.3.3. FORMAÇÃO DO PREÇO DA ENERGIA .....	58
<b>3.4. APLICAÇÃO DE TEORIA DOS JOGOS EM MERCADOS DE ENERGIA... </b>	<b>62</b>
3.4.1. TEORIA DOS JOGOS .....	62
3.4.2. JOGO DE COURNOT .....	64
3.4.3. JOGO DE BERTRAND .....	65
3.4.4. JOGO DE STACKELBERG.....	67
<b>3.5. CONCLUSÃO .....</b>	<b>68</b>
<b>CAPÍTULO 4 - MODELAGEM MATEMÁTICA .....</b>	<b>69</b>
<b>4.1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>69</b>
<b>4.2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE ATUAÇÃO         ESTRATÉGICA EM UM LOOSE-POOL .....</b>	<b>70</b>
4.2.1. CARACTERIZAÇÃO DO JOGO.....	70
4.2.2. MODELO MATEMÁTICO .....	72
<b>4.3. TRATAMENTO MATEMÁTICO DO MPEC .....</b>	<b>76</b>
4.3.1. FORMULAÇÃO MATRICIAL.....	76
4.3.2. REFORMULAÇÃO DO PROBLEMA ESCRAVO.....	81
4.3.3. REFORMULAÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO.....	85
4.3.4. LINEARIZAÇÃO DOS TERMOS BILINEARES.....	87
4.3.5. MPEC FINAL .....	90
<b>4.4. SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE EQUILÍBRIO DE MERCADO .....</b>	<b>93</b>
<b>4.5. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE BARGANHA ENTRE         OS AGENTES DETENTORES DE UHEs EM CASCATA.....</b>	<b>95</b>
4.5.1. CARACTERIZAÇÃO DO JOGO.....	96
4.5.2. MODELO MATEMÁTICO .....	97
<b>4.6. BARGANHA MULTILATERAL DE NASH APLICADA AO PROBLEMA DE         COOPERAÇÃO EM CASCATAS .....</b>	<b>101</b>
<b>4.7. CONCLUSÃO .....</b>	<b>106</b>

---

---

<b>CAPÍTULO 5 - SIMULAÇÕES E RESULTADOS</b> .....	<b>107</b>
<b>5.1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>107</b>
<b>5.2. DESCRIÇÃO GERAL DAS SIMULAÇÕES</b> .....	<b>107</b>
5.2.1. SISTEMA TESTE .....	107
5.2.2. DESCRIÇÃO DOS ESTUDOS .....	112
<b>5.3. COMPETIÇÃO NO LOOSE-POOL: AVALIAÇÃO DA OFERTA         ESTRATÉGICA E COMPARAÇÃO COM O TIGHT-POOL</b> .....	<b>113</b>
5.3.1. CASO 1: VARIAÇÃO DAS VAZÕES INCREMENTAIS (VI) AOS RESERVATÓRIOS DAS UHEs .....	113
5.3.2. CASO 2: VARIAÇÃO DO PREÇO FUTURO DA ENERGIA ELÉTRICA (PFEE).....	123
5.3.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	130
<b>5.4. BARGANHA MULTILATERAL DE NASH: AVALIAÇÃO DA OFERTA         ESTRATÉGICA E COMPARAÇÃO COM O LOOSE-POOL E TIGHT-POOL</b> .....	<b>132</b>
5.4.1. CASO 1: VARIAÇÃO DAS VAZÕES INCREMENTAIS (VI) AOS RESERVATÓRIOS DAS UHEs .....	134
5.4.2. CASO 2: VARIAÇÃO DO PREÇO FUTURO DA ENERGIA ELÉTRICA (PFEE).....	142
5.4.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	149
<b>5.5. CONCLUSÃO</b> .....	<b>150</b>
<b>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES</b> .....	<b>151</b>
<b>6.1. OBSERVAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>151</b>
<b>6.2. TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>154</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFIAS</b> .....	<b>156</b>
<b>APÊNDICE A - SISTEMA TESTE</b> .....	<b>160</b>
<b>APÊNDICE B - ARTIGO SUBMETIDO</b> .....	<b>164</b>
<b>APÊNDICE C - ARQUIVOS AUXILIARES</b> .....	<b>177</b>

---

---

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Nas últimas décadas, o setor elétrico de vários países tem passado por um processo faseado de reestruturação. Apesar das particularidades de cada país, é possível destacar algumas características comuns a esses movimentos, como, por exemplo, a privatização de empresas estatais prestadoras de serviços e a desverticalização da cadeia produtiva com o intuito de introduzir a competição nos seguimentos de geração e comercialização. No segmento de comercialização, grande parte dos países passaram a contemplar ambientes para realização de contratação, tanto a curto prazo quanto no longo-prazo, com diferentes níveis de liberalização. Neste contexto de liberalização dos mercados, os mercados spot merecem maior atenção devido ao fato de que nestes ambientes ocorre a valoração da energia, que, subsequentemente, serve como referência para as negociações desenvolvidas nos mercados a termo, futuro ou de derivativos, além de também ser utilizada como instrumento de sinalização para implantação ou desativação de usinas.

Dentre os tipos de mercado spot existentes, o Loose-Pool destaca-se pela maior autonomia concedida aos agentes, que competem entre si através da oferta do par preço/quantidade a um Operador de Mercado, ou Market Operator (MO). O MO efetua a liquidação das ofertas e demandas por ordem de mérito com base principalmente no Preço Marginal Locacional, ou “Locational Marginal Price” (LMP). O Loose-Pool se faz presente em países de todo o mundo, como, por exemplo, na Alemanha através do EPEX Spot (European Power Exchange Spot), na Espanha através do mercado spot controlado pelo OMEL (Operador do Mercado Espanhol de Eletricidade), na Itália através do IPEX (Italian Power Exchange), no Sudeste Estadunidense através do mercado spot controlado pelo PJM Pool, enquanto na Finlândia, Noruega, Suécia e Dinamarca através do Elspot estabelecido no Nord Pool (CPFL ENERGIA, 2014).

A maior parte dos países adeptos ao Loose-Pool apresentam uma matriz elétrica fundamentada em Usinas Termelétricas (UTES), enquanto outros países, com matriz elétrica

---

---

baseada majoritariamente em Usinas Hidrelétricas (UHEs), como o Brasil e a Colômbia, tendem a manter um grau de liberalização menor, em que o despacho passa a ocorrer não mais com base em ofertas, mas sim em declarações de disponibilidade e custos variáveis. Neste último caso, a implantação de um mercado do tipo Loose-Pool não seria uma tarefa simples, pois há características, inerentes as suas matrizes elétricas fundamentadas em energia renovável, que, ao serem exploradas por agentes naturalmente favorecidos, poderiam originar externalidades negativas e até mesmo desotimizar a operação do sistema. Neste contexto, destacam-se a dependência operativa de UHEs no final de cascata com relação às UHEs a montante e a não despachabilidade de Usinas de Energia Eólica (UEEs) e Usinas Fotovoltaicas (UFVs) (INSTITUTO ACENDE BRASIL, 2017).

No primeiro caso destacado, o melhor aproveitamento dos recursos hídricos ocorre quando as usinas situadas no final de cascatas operam com o nível dos seus respectivos reservatórios próximo ao máximo. Neste caso, as usinas a montante devem defluir quantidade de água suficiente para que, em conjunção com a contribuição da precipitação, seja possível manter o nível das usinas a jusante. Entretanto, no Loose-Pool, a condição de operação no ponto ótimo para o sistema pode não ser respeitada, já que o despacho das usinas se dá por ordem de mérito baseado nas ofertas de cada um dos agentes que, individualmente, buscam a maximização do benefício próprio sem levar em consideração a operação ótima de todo o sistema. Além disso, os agentes controladores de usinas situadas na cabeceira de cascatas podem prejudicar conscientemente seus concorrentes a jusante, já que parte da água que aflui aos reservatórios das usinas concorrentes é dependente de suas defluências. Essa questão é ainda mais agravada no caso de usinas a fio d'água, que, devido a pequena capacidade de armazenamento de seus reservatórios, têm menor margem de água para lidar com situações adversas.

Apesar dos pontos negativos destacados, o Loose-Pool tem atrativos interessantes que justificariam sua aplicação em países fortemente dependentes de fontes hídricas para geração de energia elétrica. O principal deles consiste no fato de que o aumento do grau de liberdade confiado aos produtores serve como estímulo para a atração de novos investidores oriundos iniciativa privada, isso graças à redução das incertezas regulatórias e a desmitificação do processo de venda de energia em função do deslocamento dos riscos, que em ambientes centralizados são manejados pelo governo, para as mãos dos produtores, que passam a tomar decisões relacionadas a investimento e oferta de energia.

Com base no que foi apresentado, é perceptível que o primeiro passo na investigação

---

---

da implantação de um Loose-Pool em países com matrizes elétricas como a do Brasil seria a análise do comportamento estratégico de agentes detentores de usinas em cascata, e o desenvolvimento de possíveis arquiteturas que conduzam a atenuação, ou até à solução, do problema de desotimização das cascatas.

## 1.2. ESTADO DA ARTE

### 1.2.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise do comportamento estratégico de agentes que atuam em um mercado de energia é classicamente realizada através da aplicação da Teoria dos Jogos, que, por sua vez, consiste na vertente da matemática aplicada responsável pela modelagem de processos de tomada de decisão sob condições de conflito. Quando é suposto que os agentes tomadores de decisão não formam coalisões, como em ambientes ideais de mercado, os jogos não-cooperativos, como o jogo de Cournot e o jogo Bertrand (GIBBONS, 1992), são as ferramentas de análise de mercados mais utilizadas. Elas são caracterizadas por serem jogos estáticos onde os consumidores são modelados por meio de uma curva de demanda inversa, em que permanece a cada agente a variável estratégica quantidade, no caso de Cournot, ou preço, no caso de Bertrand. Nos processos de tomada de decisão em que há uma ordem hierárquica entre os agentes, o jogo de Stackelberg (FERGUSON, 2014) mostra-se uma ferramenta mais adequada, pois, ao contrário dos jogos de Cournot e Bertand, as decisões são tomadas de forma sequencial e por meio de dois problemas, isto é, o problema mestre (superior) e o escravo (inferior). A solução destes modelos de jogos é obtida iterativamente e de forma unilateral, até o ponto em que nenhum dos players deseje modificar sua estratégia, ou seja, até que um ponto de Equilíbrio de Nash seja determinado.

Seguindo esta linha de pesquisa, a presente subseção objetiva apresentar os principais trabalhos desenvolvidos na área de equilíbrio de mercado de energia, que levam em consideração o comportamento estratégico não-cooperativo de agentes detentores de UTEs e UHEs.

**Campos *et al.*** (2012) propõe um modelo matemático para a análise de liderança em mercados de energia imperfeitos, no qual atuam agentes formadores de preço (líderes) e

---

tomadores de preço (seguidores), que tomam decisões quanto ao montante de energia a ser ofertada em um sistema cuja precificação do bem segue uma curva de demanda inversa. O modelo é baseado em um jogo de Stackelberg Multi-Líder-Seguidor em que cada líder tenta maximizar seu payoff sabendo da reação ótima dos seguidores, isto é, levando em consideração a informação de como os seguidores alteram sua produção ótima dada uma variação na oferta do líder em questão. Já os seguidores, por sua vez, tomam decisões considerando a ação estratégica dos outros seguidores e dos líderes, em um processo de otimização simultâneo. Essas condições são formuladas como um problema de equilíbrio de Nash entre os líderes, em que suas funções payoff internalizam a reação dos seguidores e as condições de otimalidade dos tomadores de preço são representadas como restrições. O modelo resultante do processo descrito consiste em um problema de programação quadrática, cujos resultados indicam que, independentemente do valor adotado para o coeficiente angular da curva de demanda inversa, isto é, o valor que expressa a sensibilidade do preço com relação a um acréscimo na demanda, o payoff dos líderes é significativamente maior que o dos seguidores, especialmente quando este coeficiente é pequeno. No caso em que se tem um coeficiente crescente, os custos marginais tendem a se aproximar da receita marginal, como ocorre no caso de despacho centralizado. Além disso, também foi constatado que quando o número de líderes ultrapassa o número de seguidores, a contribuição destes últimos passa a ser quase que insignificante no mercado, no entanto, quando o cenário é invertido, acarretando o crescimento do número de seguidores, o payoff dos líderes tende a cair substancialmente.

**Almeida e Conejo** (2013) apresentam um modelo de despacho descentralizado<sup>1</sup> a médio termo, em que as UHEs são representadas individualmente e as termelétricas de forma unificada. A modelagem do problema é feita através de um jogo de Stackelberg Multi-Líder-Seguidor-Comum, em que cada um dos produtores, associados a UHEs, atua como um líder, enquanto o operador do sistema atua como seguidor comum a todos os líderes. O objetivo dos líderes é definir um cenário de ofertas de energia em que o volume de seus reservatórios, no final do período de planejamento, esteja o mais próximo possível de um volume pré-definido. Já o operador do sistema, por sua vez, tem como objetivo escolher um conjunto de ofertas e coordena-las ao longo do horizonte de planejamento, de forma a reduzir o montante de geração termelétrica necessária para fechamento do balanço energético. A resolução deste modelo foi

---

<sup>1</sup> Na realidade, o despacho continua sendo do tipo centralizado devido a existência do ISO, que define o despacho final segundo o critério de minimização da participação de UTEs. A questão descentralizadora deste modelo é que as disponibilidades das hidrelétricas são definidas de acordo com as ofertas realizadas pelos agentes de geração, tornando, assim, o processo de tomada de decisão, em parte, descentralizado.

---

---

realizada de forma que a solução do jogo de Stackelberg fosse restringida àquela em que os Multiplicadores de Lagrange das restrições associadas ao problema de nível inferior fossem iguais para todos os líderes, conduzindo assim a uma solução com consistência de preços. Os resultados obtidos demonstram que o modelo de despacho descentralizado com consistência de preços não garante o mínimo despacho de termoeletricas, quando comparado com um despacho centralizado em que a disponibilidade das UHEs é igual a sua capacidade máxima de geração. Essa diferença é mais intensa quando o algoritmo é executado considerando séries de vazões associadas a "anos desfavoráveis pluvialmente". Ademais, para séries de vazões favoráveis, ambos os despachos centralizado e descentralizado apresentam resultados próximos. Pode-se, então, concluir que há uma mudança significativa no comportamento estratégico dos geradores durante os anos desfavoráveis, pois tais agentes passam a restringir suas ofertas, e consequentemente suas gerações de forma intensa.

**Cicconete** (2013) apresenta uma continuação do trabalho de Almeida e Conejo (2013). No seu modelo, o objetivo dos agentes de geração continua sendo minimizar o desvio entre o montante de água nos reservatórios, ao final do período de planejamento, com relação a um nível de referência, que foi estabelecido como o volume inicial dos reservatórios no estágio inicial. A variação entre os modelos consiste na introdução das restrições de transmissão no problema de nível inferior, em que o operador do sistema atua definindo os despachos de cada uma das unidades de geração com base nas ofertas submetidas, de forma a minimizar a contribuição das UTEs e garantir o suprimento da carga. Os resultados mostram que as soluções obtidas para o despacho descentralizado com consistência de preços são mais vantajosas aos agentes de geração, que tendem a ter uma maior parcela de sua oferta aceita pelo operador do sistema. Isto não ocorre nas soluções via despacho centralizado por ordem de mérito que são vantajosas ao operador do sistema e aos consumidores. Ademais, verificou-se que as soluções de ambos os métodos se aproximam em cenários de vazões favoráveis e quando ocorre a ativação das restrições de transmissão.

**Rangel** (200?) apresenta um artigo que analisa as diversas formas que a operação de uma UHE localizada na cabeceira de uma cascata, controlada por um agente otimizador que visa maximizar seu payoff, pode prejudicar a operação de outra UHE imediatamente a jusante. Neste artigo são desenvolvidos dois modelos matemático: o primeiro modelo, denominado *Stackelberg Model*, objetiva estudar como o comportamento estratégico dos produtores é afetado pelo volume inicial de água presente em seus reservatórios, enquanto o segundo modelo, denominado *Cournot Model*, investiga a influência da demanda. No modelo de

---

Stackelberg, a firma detentora da UHE situada na cabeceira da cascata, também denominada *upstream firm*, é definida como a firma líder, enquanto a outra é a firma seguidora, ou *downstream firm*. Por meio de indução retroativa, o problema de maximização de payoff associado a downstream firm é resolvido, e a função reação determinada neste processo serve como input para o problema da upstream firm ser solucionado. Com base nos resultados obtidos através da análise de um sistema em cascata formado por duas UHEs com reservatórios, considerando custo de produção nulo e um único estágio, Rangel concluiu que quando os níveis dos reservatórios são suficientemente altos, principalmente no caso da upstream firm, a produção das UHEs é igual a obtida caso não fossem consideradas as restrições de operação. Por outro lado, quando os níveis de água nos reservatórios são pequenos, ambos geradores optam por turbinar toda a água disponível ( $q_{up}=S_{up}$  e  $q_{down}=S_{down}+q_{up}$ , onde S representa o volume do reservatório e q a água turbinada). Já no caso em que o nível do reservatório da upstream firm é baixo o suficiente e o da downstream firm é alto, o produtor a montante opta por utilizar toda a água do seu reservatório ( $q_{up}=S_{up}$ ) e o gerador a jusante opera em um ponto de equilíbrio ( $q_{down}<S_{down}+q_{up}$ ), sem ativar a restrição do limite de água disponível. A estratégia de operação adotada pela upstream firm, quando seu reservatório está em um nível elevado e o reservatório da downstream em um nível baixo, é a de operar em um ponto de equilíbrio que maximize seu payoff sem utilizar toda a água disponível, restringindo assim a operação da downstream firm. Já no modelo de Cournot, a análise do comportamento estratégico dos produtores, para um sistema formado por duas UHEs com reservatórios em cascata, com custo de produção nulo e operando em dois estágios, mostra que as estratégias associadas a um ponto de equilíbrio de Nash são modificadas de acordo com a expectativa de demanda futura. Observa-se que, quando há expectativa de crescimento na demanda do segundo estágio, a upstream firm é incentivada a limitar sua geração a fim de restringir seu concorrente a jusante e ter maior poder de mercado nos períodos de alta demanda.

**Rangel** (2004) dá continuidade a análise do comportamento estratégico de produtores com UHEs em cascata, com ênfase em como os níveis dos reservatórios afetam o incentivo a formação de coalizões entre os agentes. A análise é feita com base na comparação entre dois modelos de operação: no primeiro modelo, considera-se que ambas as plantas são operadas pelo mesmo agente, ou seja, é modelado um sistema monopolista; já no segundo, cada planta é operada por um agente diferente, consistindo assim num sistema duopolista. Os ganhos com a formação de coalisões são quantificados por meio da *Função Incentivo à Coalisão*, que é definida como a diferença entre os ganhos na operação como monopólio menos os ganhos com

a operação como duopólio. Se ela assumir valores positivos, significa que há incentivos à formação de coalisão entre os agentes, caso contrário, a formação de parcerias não é benéfica. Rangel concluiu que o incentivo a formação de coalisão é pequeno quando os reservatórios estão em um nível baixo, por outro lado, quando o reservatório da upstream firm está em nível alto, ou quando a afluência incremental é alta, como ocorre no período chuvoso, as firmas na mesma cascata têm incentivos para formação de parcerias. Ademais, a downstream firm possui uma vantagem competitiva com relação a upstream firm, pois mesmo em períodos de seca ela possui um payoff equilibrado, devido ao fato de receber a água associada ao processo de geração da firma concorrente.

**Uluca** (2006) desenvolveu um modelo matemático, baseado no Jogo de Cournot e em uma conjectura própria, denominada *Conjectura Rio Acima* ou *Conjecture Upstream*, para análise do comportamento estratégico de agentes atuantes em um ambiente competitivo a longo prazo. Neste modelo, as firmas que possuem UTEs ou UHEs fora de cascata seguem o Jogo de Cournot, enquanto as firmas detentoras de UHEs em cascata atuam considerando a *Conjectura Rio Acima*. Tal conjectura supõe que a firma detentora da próxima UHE a jusante responderá a um acréscimo de defluência com um acréscimo em sua geração, ou seja, ela turbinará a água proveniente da sua concorrente. Além disso, também foi considerada a atuação de dois tipos de firmas, as de domínio público, que objetivam a maximização do bem-estar social, e as firmas de domínio privado, que objetivam a maximização do benefício próprio. Os resultados da aplicação do modelo mostram que, em determinadas circunstâncias, as firmas com UHEs nos níveis superiores de uma cascata, isto é, aquelas que têm capacidade de controlar parte da água que aflui aos reservatórios de outras UHEs, podem ter incentivos que as conduzam a limitar sua produção a fim de restringir a produção de seus concorrentes, resultando, assim, em preços mais altos devido ao maior despacho de UTEs. Em alguns cenários, o preço formado em um sistema monopolista, quando comparado ao preço formado através do modelo proposto, assume valor inferior, o que indica que um mercado sob a influência da *Conjectura-Upstream* pode revelar-se menos competitivo que um monopólio.

**Villar e Rudnick** (2003) propõem um modelo para avaliação dos preços formados em um mercado spot, onde os agentes detentores de UHEs e UTEs atuam através da oferta de energia e se protegem dos preços por meio do fechamento de contratos de venda a longo termo. Neste esquema, é considerada a existência de dois tipos de agentes, os formadores de preço (price-makers), que atuam segundo o Jogo de Cournot ofertando o montante de energia que maximiza seu benefício próprio, e os tomadores de preço (price-takers), que ofertam a

capacidade de geração associada ao ponto em que o custo marginal de operação é igual ao preço da energia no mercado. Através do modelo formulado são analisados três casos: no primeiro caso considera-se que todas as firmas do mercado são tomadoras de preço (1 - competitive strategy), ou seja, o mercado é do tipo atomizado; no segundo caso, por sua vez, considera-se que cada usina está associada a um agente que compete segundo o jogo de Cournot (2 - game by units), o que origina um oligopólio; enquanto no terceiro caso, considera-se que cada firma é detentora de um conjunto de usinas que são operadas de forma estratégica visando maximizar seu lucro total (3 - game by firms). Os resultados obtidos para uma simulação que considera um mercado spot com horizonte diário, e discretização horária, mostram que os preços associados aos casos 2 e 3 são superiores aos preços associados ao caso 1, principalmente nos horários de pico de demanda onde os agentes detentores de UHEs tendem a restringir sua oferta de geração a fim de que usinas mais caras despachem. Posteriormente, com a inclusão dos contratos bilaterais na modelagem do mercado, observa-se que os preços obtidos nos cenários 2 e 3 se aproximam dos preços obtidos no cenário 1, o que indica que tais esquemas orientados de mercado são eficazes no combate a elevação de preços em oligopólios.

**Pereira et al.** (2005) propõe um modelo matemático para a resolução do problema de oferta estratégica de energia em um mercado spot onde atuam agentes detentores de UHEs. O modelo é formulado como um Jogo de Stackelberg, onde um único agente estrategista tem seu problema de maximização de payoff tratado no primeiro nível, enquanto o operador de mercado define o despacho por ordem de mérito, com base na oferta do par preço/quantidade, no segundo nível. Pereira propõe a transformação do problema de segundo nível em restrições de equilíbrio, através da aplicação das condições de Karush-Kuhn-Tucker, tornando-o assim em um modelo altamente não linear e não-convexo que, matematicamente, é classificado como um Problema de Equilíbrio com Restrições de Equilíbrio ou Mathematical Problem with Equilibrium Constraints (MPEC). Os termos bilineares resultantes desta transformação são discretizados através da aplicação de expansão binária às variáveis de oferta, tornando o problema de programação não-linear em um problema de programação linear inteira mista, ou Mixed Integer Linear Program Problem (MILPP). No entanto, a redução dos valores possíveis de oferta a um conjunto discreto afeta diretamente a acurácia dos resultados. Essa questão é apaziguada com a representação das variáveis de oferta através de um número adequado de variáveis binárias, que deve ser determinado levando em consideração o trade-off entre melhor representação do problema (quantidade de variáveis binárias ↑) e menor tempo computacional para resolução do problema (quantidade de variáveis binárias ↓). O modelo proposto foi aplicado em um sistema

---

teste em que um único agente estrategista, a Companhia Energética de São Paulo (CESP), define as ofertas de preço para cada uma das 5 UHEs que controla (UHE Paraibuna, UHE Jaguari, UHE Porto Primavera, UHE Jupia e UHE Ilha Solteira) enquanto a oferta de quantidade é fixada na capacidade máxima de geração. Os dados que descrevem o restante do sistema incluem a carga total e as ofertas preço/quantidade dos outros agentes de geração. Eles foram obtidos pela amostragem aleatória de distribuições conhecidas: a carga foi definida a partir de uma distribuição normal com desvio padrão de 10% torno do valor de pico previsto; a oferta de quantidade, por sua vez, foi definida a partir de uma distribuição binomial da disponibilidade; enquanto a oferta de preço foi mantida constante e igual ao valor da água, no caso do UHEs, ou igual ao custo variável de operação, no caso de UTEs. Na comparação do payoff calculado por meio do modelo proposto com o modelo de despacho baseado nos custos de operação, verifica-se um aumento de 14% no payoff da CESP. Ademais, verifica-se também que a maior parte das ofertas associadas às usinas do agente estrategista se mantiveram no valor do custo de oportunidade de armazenamento de energia.

**Barroso et al.** (2006) propõe um modelo matemático similar ao apresentado por Pereira et al. (2005), com a diferença de que os agentes tomam decisões sobre a quantidade de energia a ofertar considerando, também, a atuação estratégica dos outros concorrentes. Este modelo é formado através de uma combinação de jogos do tipo Nash-Cournot, que toma a forma de um Problema de Equilíbrio com Restrições de Equilíbrio, ou Equilibrium Problem with Equilibrium Constraints (EPEC), em que são integradas ao problema de maximização de payoff de cada produtor as restrições de equilíbrio associadas ao subproblema de despacho ótimo realizado pelo operador de mercado. Neste mesmo subproblema, considera-se que a precificação da energia é uniforme e que não há restrições de transmissão no sistema. Apesar de tratar de um problema de competição em um sistema com UHEs, a formulação adotada por Barroso et al. modela as UHEs de forma similar ao padrão adotado para UTEs, sendo que, neste caso, o Custo Variável Unitário (CVU) é igual ao “valor da água”, que, por sua vez, consiste no custo da oportunidade de reservar água no presente para futura utilização. O modelo proposto foi aplicado a um sistema teste em que 3 agentes estrategistas controlam um total de 25 UHEs, além disso, também foi considerada a existência de outros agentes tomadores de preço que ofertam a capacidade total de geração de suas usinas. Com este sistema foram realizados dois tipos de estudos: a) uma comparação entre os resultados associados a competição estratégica com os resultados provenientes do despacho por ordem de mérito baseado no valor da água e b) uma comparação similar a descrita em a) mas, agora,

---

considerando uma redução significativa da carga. No primeiro caso estudado, a comparação entre os payoffs e a produções dos agentes nas duas situações mostram que a atuação no ambiente estratégico permite a elevação do payoff através da redução da oferta de energia, o que acarreta um maior despacho de usinas com CVU alto e consequente aumento no preço. No segundo caso, por sua vez, nota-se que a redução da demanda conduz a uma aproximação dos resultados obtidos no ambiente competitivo com os obtidos por meio do despacho por ordem de mérito baseado em CVUs.

**Flach, Barroso e Pereira** (2010) estendem a modelagem do comportamento estratégico de produtores com UHEs, antes explorada apenas no horizonte de curto prazo em (PEREIRA, GRANVILLE, *et al.*, 2005) e (BARROSO, CARNEIRO, *et al.*, 2006), para o longo prazo. Neste esquema, considera-se a existência de um único price-maker, controlador de um conjunto de UHEs com reservatórios significativos, e um conjunto de price-takers que controlam UTEs e ofertam no mercado a capacidade máxima de geração de suas usinas pelo preço de seus CVUs. O price-maker do grupo de produtores, por sua vez, toma decisões levando em consideração o acoplamento temporal típico de sistema hidrotérmicos e a estocasticidade das vazões futuras. No modelo matemático desenvolvido pelos autores, considera-se que toda a produção ofertada pelo price-maker é aceita pelo operador de mercado, sendo, portanto, o preço da energia calculado com base na demanda residual suprida pelos price-takers. Neste esquema, a curva de receita do price-maker pode ser facilmente definida, no entanto, devido a natureza não contínua da curva de oferta dos price-takers, ela possui descontinuidades nos pontos em que há acionamento de novas UTEs. A fim de simplificar o modelo, a curva de receita do price-maker é substituída pela sua superfície côncava mínima, possibilitando, assim, a aplicação de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) na resolução do problema de oferta estratégica. Os resultados da aplicação do modelo ao sistema elétrico de El Salvador, em que um único agente estrategista controla um grupo formado por 5 UHEs, mostram que há transferência de água do período chuvoso para o seco, assim como ocorre em esquemas de despacho a mínimo custo. Além disso, o agente estrategista também reduz sua oferta de energia no período úmido, e chega até a verter água, a fim de elevar o preço e, conseqüentemente, seu payoff.

**Moiseeva e Hesamzadeh** (2018) abordam o problema de oferta estratégica da tríplice quantidade, preço e rampa de acionamento em um mercado spot onde um único produtor estrategista, detentor de uma UHE, tenta maximizar seu lucro. Nesta formulação, considera-se que um jogo de Stackelberg se desenvolve entre o agente ofertante e o operador do sistema, de

forma similar à proposta por Pereira et al. (2005), com a diferença de que as equações de balanço hídrico das UHEs passam a ser consideradas. As variáveis de decisão do agente dominante são discretizadas por meio de expansão binária e os termos bilineares presentes nas restrições são substituídos por uma expressão linearizada, o que transforma o problema não-linear e não-convexo em um MILP. A resolução do problema foi obtida por meio de um Algoritmo de Decomposição de Benders Modificado em que o MILP é reescrito na forma mestre-escravo de forma a explorar a estrutura disjuntiva do modelo.

A fim de avaliar o comportamento estratégico do agente dominante, foram realizados dois tipos de simulação em um sistema de 4 barramentos e 4 usinas, considerando um horizonte composto por dois estágios: (a) detecção do comportamento estratégico das firmas com UHEs em cascata, e (b) oferta ótima realizada pelos agentes estrategistas.

Para o caso (a) foram observados os seguintes comportamentos:

- i. Realocação de água no tempo: para uma curva de carga que prevê uma maior demanda no segundo período, o agente que age estrategicamente oferta uma maior quantidade de energia no primeiro estágio, de forma a causar escassez do recurso hídrico no futuro e elevar o preço da energia.
- ii. Utilização de afluentes em vez de linhas de transmissão: agentes de geração com UHEs em cascata possuem a vantagem de poder realocar água de uma usina para outra quando há congestionamento na malha elétrica que conecta os nós associados as suas UHEs. As simulações mostram que tais agentes fazem uso desta conexão natural para a alocação de recurso hídrico e consequentemente aumento do payoff.

Já para o caso (b) foram observados os seguintes resultados:

- i. Impacto da previsão do preço da água sob a oferta estratégica de preço: as ofertas de quantidade de energia dos produtores são intimamente dependentes da expectativa de preço futuro para energia. Se há indicação de preços altos, o agente que age estrategicamente tende a ofertar uma menor quantidade de água ou aumentar a oferta de preço, de forma a poupar recursos que serão mais valorizados no futuro.
- ii. Efeito da incerteza das vazões afluentes incrementais: nos casos em que a estocasticidade das vazões incrementais é considerada, o formato da curva de demanda tende a ser mais significativa no processo de tomada de decisão. Quando

a curva de demanda inversa é do tipo convexa, o agente estrategista tende a ser conservador, reservando mais água para os estágios posteriores. No caso contrário, em que a curva de demanda inversa é do tipo côncava, o mesmo comportamento é verificado de forma menos intensa.

- iii. Ofertas estratégicas de preço, quantidade e rampa de acionamento: as ofertas de preço e quantidade são os componentes mais importantes do conjunto de variáveis estratégicas. Ambos podem ser utilizados com o intuito de elevar o preço da energia no mercado ao maior valor possível. Por outro lado, o comportamento estratégico na oferta de rampa de acionamento se mostra significativo na maximização de payoff em sistemas com flexibilidade limitada e em que o agente estrategista é o maior provedor de flexibilidade.

**O Instituto Acende Brasil** (2017) estudou este problema dentro do projeto de pesquisa e desenvolvimento PD-0678-0314-2014, cujo objetivo seria propor uma nova arquitetura de mercado de energia elétrica menos centralizado e condizente com a realidade do SIN. No sexto relatório foi realizada uma avaliação do comportamento estratégico de firmas que atuam em um mercado com estrutura híbrida, isto é, mercados em que a precificação da energia é obtida por meio leilões, e a contratação a médio e longo prazo é feita por meio de contratos bilaterais. O modelo proposto no relatório pretendeu captar as seguintes características inerentes ao Setor Elétrico Brasileiro (SEB):

- i. A concentração elevada do mercado de energia elétrica brasileiro, visto que um pequeno número de agentes controla as usinas do SIN, favorecendo assim o exercício do poder de mercado;
- ii. O controle compartilhado de usinas, em que agentes distintos detêm ações de um mesmo empreendimento. Além disso, também é comum que os acionistas de um mesmo grupo de controle possuam participações em outros empreendimentos, o que, em certas situações, pode gerar conflitos de interesse.
- iii. A interdependência operacional de hidrelétricas na mesma cascata;
- iv. As variações na estrutura mercantil em virtude das condições hidrológicas interanuais.

A análise do potencial concorrencial deste ambiente oligopolista foi realizada através de um jogo do tipo Cournot-Nash, em que os agentes ofertam capacidade de geração a um preço definido por meio de uma curva demanda inversa. Neste ambiente, os jogadores são definidos

---

---

como os agentes de geração que atuam no mercado, e que possuem participação compartilhada em vários empreendimentos. Em função desta característica, foi necessário mensurar a nível de controle de cada um dos agentes com ações de um empreendimento. No caso mais simples o controle de um empreendimento é do acionista com mais de 50% das ações, quando não há uma entidade com tal aglomerado de ações, o controle é então definido por meio de coalisões, ou seja, pelo grupo de acionistas cuja soma dos montantes de ações ultrapasse 50%. Para um determinado empreendimento, o grau de controle associado a um agente  $i$  é definido por meio do método desenvolvido por Banzhaf (1965) *apud* (INSTITUTO ACENDE BRASIL, 2017), que originalmente foi criado para “demonstrar que a atribuição de pesos proporcionais à população de cada distrito para a eleição de representantes não assegura uma representação proporcional no Poder Legislativo”. O índice de Banzhaf, de forma geral, mede a proporção de coalisões vencedoras altamente dependentes do agente  $i$ , isto é, cuja soma das ações do grupo seja superior a 50% e que a participação do agente  $i$  é essencial. Sendo que o agente  $i$  é considerado essencial a uma coalisão se, e somente se, a sua saída do grupo implica em perda do poder de controle.

Neste jogo em que os agentes possuem participação acionária em mais de uma empresa, a função utilidade, que representa o lucro total obtido por meio de um portfólio de usinas, é definida como o somatório dos ganhos obtidos por meio de cada usina, sendo que o ganho obtido por usina é dado em função da participação acionária deste agente sobre a usina e sua receita. Para o caso de usinas controláveis, o agente  $i$  tem direito de ofertar, sob sua determinação, uma quantidade de energia proporcional a capacidade máxima de geração da usina, sendo que essa proporção segue o índice de Banzhaf apresentado anteriormente. A metodologia proposta foi aplicada a um sistema constituído pelas usinas das quatro principais subsidiárias da Eletrobras: Chesf, Eletronorte, Eletrosul e Furnas, que controlam cerca de 72% da sua geração hidrelétrica do Brasil. A fim de captar o comportamento estratégico dos agentes detentores de usinas com reservatórios de regularização plurianual, um horizonte de médio termo com dois estágios anuais foi considerado. Para o primeiro período, considerou-se que a aflúências eram conhecidas, enquanto no último considerou-se três cenários equiprováveis de aflúência baixa, média e alta. Os resultados da aplicação do modelo indicam que, se for considerada uma estrutura de lances de oferta em que as subsidiárias da Eletrobras ajam de forma independente, em vez de unificada, a concorrência entre os participantes do mercado agiria de forma a reduzir o preço. Além disso, o grau de concorrência poderia, ainda, elevar-se com a redução das participações acionárias cruzadas, e, também, pela reorganização da

---

---

propriedade de algumas UHEs em cascata, que têm a operação fortemente afetada pela operação de outras UHEs imediatamente a montante. De forma geral, os resultados mostram que a reestruturação proposta nos últimos parágrafos parece ser suficiente para disciplinar os preços do mercado de energia e evitar grandes desotimizações.

### 1.2.2. CARACTERÍSTICAS DOS TRABALHOS REVISADOS

Os trabalhos revisados, cujos atributos estão resumidos nos Quadros 1.1 e 1.2 que evidenciam, por exemplo, quais tipos de jogos foram utilizados no processo de modelagem, os tipos de modelos matemáticos obtidos (MPECs ou EPECs), a existência de sistemas de cascatas de UHEs nos testes, a consideração da variabilidade das afluências às UHEs, a representação da atuação do Operador do Sistema ou Independent System Operator (ISO), a modelagem das restrições de transmissão e precificação da energia por barramento, e, por fim, a extensão do horizonte considerado (médio ou longo prazo), mostram que a aplicação de Teoria dos Jogos na análise da atuação estratégica de agentes produtores de energia varia, principalmente, de acordo com o horizonte de estudo considerado. Constata-se que para a análise de longo termo o Jogo de Cournot se mostra adequado devido a internalização do comportamento dos consumidores na curva demanda inversa, que se faz por meio do parâmetro elasticidade demanda-preço. Já a curto prazo, devido a motivos como a falta de resposta por parte dos consumidores a uma variação imediata de preço, é necessária uma representação do mecanismo de formação de preço, o que é possível apenas através do Jogo de Stackelberg. Observa-se, também, que uma modelagem mais realista do problema de oferta estratégica no mercado spot deve considerar a presença do operador do sistema que, além de definir o conjunto final de usinas a serem despachadas, também verifica a factibilidade do esquema de ofertas definido pelos players.

Nos trabalhos de Rangel (200?) e Moiseeva e Hesamzadeh (2018), que exploram o comportamento estratégico de produtores com UHEs em cascata, foi verificado que os agentes detentores de UHEs situadas na cabeceira de cascatas têm o poder de influenciar a operação de usinas a jusante, e conseqüentemente prejudicar seus concorrentes em razão do benefício próprio. Já no trabalho de Rangel (2004), mostrou-se que a cooperação entre produtores com UHEs em cascata pode ser benéfica para ambos, devido ao melhor aproveitamento dos recursos energéticos disponíveis. Além disso, também foi observado, no trabalho de Barroso *et al.* (2006), que, para sistemas hidrotérmicos, não necessariamente com usinas UHEs em cascata, a

---

Quadro 1.1 - Características dos trabalhos que compõem a revisão bibliográfica I.

<b>Autores</b>	<b>Cournot</b>	<b>MPEC</b>	<b>EPEC</b>	<b>UHEs em Cascata</b>	<b>Estocástico</b>
Campos <i>et al.</i> (2012)	X				
Almeida e Conejo (2013)		X	X	X	X
Cicconete (2013)		X	X	X	X
Rangel (200?)		X		X	
Rangel (2004)		X		X	
Uluca (2006)	X			X	
Villar e Rudnick (2003)					
Pereira <i>et al.</i> (2005)		X			
Barroso <i>et al.</i> (2006)		X	X		
Flach, Barroso e Pereira (2010)					X
Moiseeva e Hesamzadeh (2018)		X		X	X
Instituto Acende Brasil (2017)	X			X	X

Fonte: Autoria própria.

contribuição das UHEs controladas por agentes estrategistas pode ficar abaixo da que seria obtida por meio de um esquema de despacho por mínimo custo, entretanto, quando a competitividade é incentivada, os resultados de ambos modelos tendem a se aproximar. Com base no que foi apresentado, fica claro que, para sistemas hidrotérmicos com UHEs em cascata, seria de grande valia considerar uma arquitetura que encorajasse a competição e a cooperação entre os agentes, só que em momentos distintos.

Quadro 1.2 - Características dos trabalhos que compõem a revisão bibliográfica II.

<b>Autores</b>	<b>ISO</b>	<b>Transmissão</b>	<b>Precificação Nodal</b>	<b>Curto Prazo</b>	<b>Médio Prazo</b>
Campos <i>et al.</i> (2012)					
Almeida e Conejo (2013)	X				X
Cicconete (2013)	X	X			X
Rangel (200?)				X	
Rangel (2004)				X	
Uluca (2006)					
Villar e Rudnick (2003)					
Pereira <i>et al.</i> (2005)	X	X	X	X	
Barroso <i>et al.</i> (2006)	X			X	
Flach, Barroso e Pereira (2010)	X				X
Moiseeva e Hesamzadeh (2018)	X	X	X	X	
Instituto Acende Brasil (2017)					X

Fonte: Autoria própria.

## 1.3. OBJETIVOS

### 1.3.1. OBJETIVO GERAL

Avaliar o comportamento estratégico de agentes produtores de energia hidrelétrica que atuam em um ambiente competitivo do tipo Loose-Pool, e, também, verificar se a introdução de um ambiente de negociação, que propicie a colaboração ex-post ao Loose-Pool entre os agentes detentores de UHEs em cascata, seria capaz de contribuir com a redução das externalidades negativas oriundas do mercado spot.

### 1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Definido o objetivo principal da dissertação, é necessário, então, detalhá-lo por meio de objetivos mais específicos que são:

- i. Apresentar uma revisão dos principais trabalhos desenvolvidos na área de pesquisa que explora a aplicação de Teoria dos Jogos na modelagem do problema de oferta estratégica de produtores de energia, principalmente para o caso daqueles que detêm UHEs;
- ii. Apresentar o processo de modelagem de sistemas hidrotérmicos para a realização de estudos a curto prazo;
- iii. Apresentar um resumo de como os mercados de energia são estruturados e como ocorre a formação do preço;
- iv. Desenvolver um modelo matemático capaz de descrever o comportamento de agentes estrategistas que controlam UHEs e atuam em um mercado spot do tipo Loose-Pool. O modelo deve prover aos participantes do mercado a capacidade de escolha da quantidade de potência a ser ofertada e o preço que a mesma é disposta ao mercado, considerando um sistema de precificação nodal onde as restrições de transmissão impactam no valor da energia;
- v. Desenvolver um modelo matemático que consiga simular um ambiente de negociação entre os agentes detentores de UHEs situadas em uma mesma cascata, a fim de verificar se há uma tendência de colaboração capaz de levar a um maior aproveitamento dos recursos disponíveis e, também, a um aumento do payoff dos envolvidos;
- vi. Aplicar os modelos desenvolvidos nesta dissertação em um sistema teste a fim de analisar os resultados.

## 1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação foi estruturada em 6 capítulos cujos temas estão ordenados de forma que os conceitos sejam apresentados na ordem em que os mesmos são necessários.

---

---

**CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO:** é feita uma apresentação do problema tratado nesta dissertação e dos trabalhos já desenvolvidos por outros autores.

**CAPÍTULO 2 – SISTEMAS HIDROTÉRMICOS EM MERCADOS DE CURTO PRAZO:** o objetivo geral deste capítulo é apresentar os métodos de modelagem de sistemas hidrotérmicos aplicados a problemas de simulação de mercados a curto prazo. São apresentadas as representações das UHEs e UTEs, a construção da função de produção hidrelétrica, a modelagem da malha de transmissão e o cálculo das sensibilidades do fluxo nas linhas a uma variação da injeção de energia.

**CAPÍTULO 3 – MERCADOS DE ENERGIA:** o objetivo deste capítulo é apresentar em linhas gerais como é feita a comercialização de energia no Brasil, a classificação estrutural dos mercados de energia e como a teoria dos jogos pode ser aplicada para a análise de mercados ou como ferramenta para tomada de decisão.

**CAPÍTULO 4 – MODELAGEM MATEMÁTICA:** o objetivo deste capítulo é apresentar os modelos matemáticos desenvolvidos para a simulação do comportamento estratégico dos produtores em um mercado oligopolista a curto prazo e, também, um modelo de negociação multilateral entre os agentes detentores de UHEs na mesma cascata.

**CAPÍTULO 5 – SIMULAÇÕES E RESULTADOS:** neste capítulo é apresentada uma análise dos resultados obtidos através da aplicação dos modelos propostos em um sistema teste que consiste em um sistema elétrico de 32 barramentos com 7 UHEs e 32 UTEs. As simulações realizadas consistem na avaliação da mudança dos perfis de estratégias dos produtores, além de outras variáveis, quando há variação na valorização da energia remanescente nos reservatórios e variação nas afluências incrementais às UHEs. Tais resultados são, por conseguinte, comparados com os que seriam obtidos em um regime altamente centralizado como o Tight-Pool. Além disso, é avaliado, também, como um ambiente de negociação contribuiria para a melhor operação das cascatas.

**CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES:** neste capítulo é realizada uma explanação dos principais resultados obtidos assim como são sugeridas novas extensões da pesquisa desenvolvida nessa dissertação.

---

---

# CAPÍTULO 2

## SISTEMAS HIDROTÉRMICOS EM MERCADOS DE CURTO PRAZO

### 2.1. INTRODUÇÃO

Os modelos de sistemas hidrotérmicos variam de acordo com a finalidade do estudo como, por exemplo, para realização de planejamento, simulação de mercados e definição de programas de operação. Além deste quesito, a representação também pode variar de acordo com o horizonte temporal considerado, que pode ser de Prazo Imediato, em que o horizonte é discretizado em minutos ou horas, sendo, portanto, característico da operação diária de sistemas hidrotérmicos; Curto Prazo, em que o horizonte vai de dias a semanas; Médio Prazo, que vai de meses a cinco anos; e, finalmente, o Longo Prazo que vai de 10 a 30 anos. Estrategicamente, os horizontes de Curto Prazo, Médio Prazo e Longo Prazo são os mais importantes no processo de tomada de decisão em sistemas hidrotérmicos, e os mais utilizados para análise de mercados e previsão de preço de energia. Neste capítulo, o objetivo geral é apresentar a modelagem matemática de sistemas hidrotérmicos para horizontes de Curto Prazo, aplicada a análise de mercado e comportamento estratégico de produtores. Na seção 2.2., é apresentada a modelagem matemática de usinas dependentes de fontes hídricas e fósseis. Para o caso das UHEs, considera-se o equacionamento do equilíbrio hídrico de seus reservatórios, a representação da produção por meio da Função de Produção Hidrelétrica não-linear e de sua equivalente côncava mínima formada por cortes. Já para o caso das UTEs, são considerados os limites de produção e os custos variáveis associados. Na seção 2.3., é apresentado o modelo linearizado das equações de fluxo de potência e sua variação mais eficiente, sendo esta última realizada por meio de fatores que representam a sensibilidade do fluxo em cada uma das linhas para um acréscimo ou decréscimo na injeção de potência nos barramentos do sistema.

---

## 2.2. EQUACIONAMENTO DAS USINAS

### 2.2.1. GERAÇÃO DE ENERGIA HIDRELÉTRICA

Energia hidrelétrica é definida como o aproveitamento da energia cinética, proveniente de massas d'água em movimento, para transformação em energia elétrica. Esse processo de conversão de energia ocorre através de um conjunto de equipamentos e estruturas que formam uma UHE. Como mostra a Figura 2.1., basicamente, as UHEs são compostas pela combinação de vários equipamentos e estruturas como as barragens, cuja função é originar um desnível necessário para a energia potencial e, ainda, reter água a fim de formar um reservatório que, por sua vez, permite a regularização das vazões<sup>2</sup>; sistema de captação e adução de água, que é formado por condutos metálicos, canais ou tuneis, cuja finalidade é conduzir água à casa de força; casa de força, que é uma edificação cujo interior abriga as turbinas que, em conexão com um eixo, são responsáveis por converter a energia mecânica associada ao movimento da água em energia rotacional que, por sua vez, é convertida em energia elétrica através dos geradores; e finalmente o vertedouro, cuja função é extravasar a água excedente que não pode ser mais armazenada no reservatório (ANEEL, 2008).

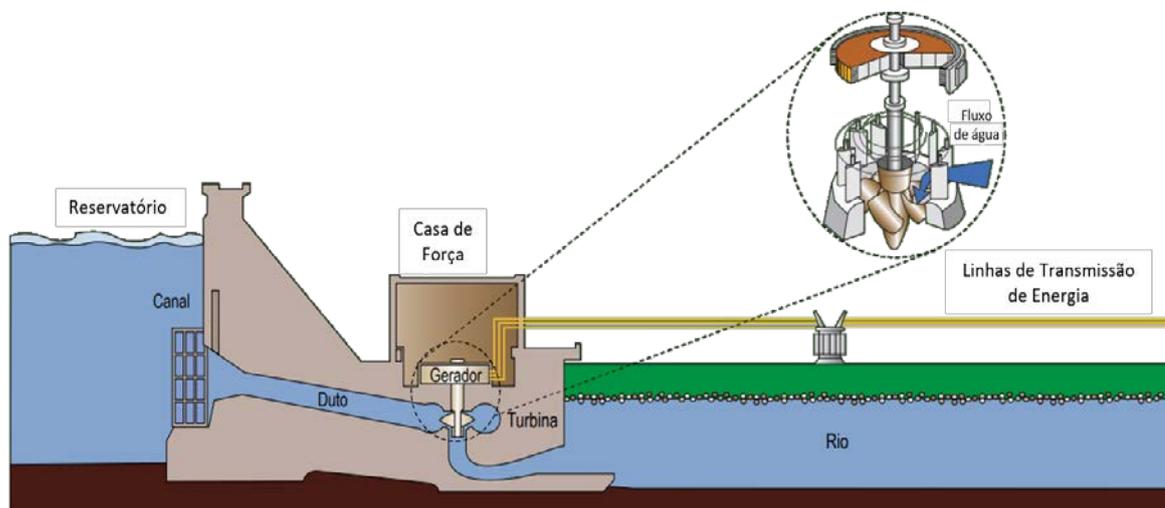


Figura 2.1 - Perfil esquemático de uma usina hidrelétrica.

Fonte: Agência Nacional de Energia Elétrica (2008).

<sup>2</sup> Algumas UHEs não possuem a capacidade de estocar grandes volumes água, sendo classificadas com usinas a fio d'água pois apenas aproveitam a velocidade do rio no processo de conversão de energia cinética para elétrica. Atualmente, a aplicação de UHEs deste tipo é ecologicamente mais aceitável, pois a área de armazenamento é consideravelmente inferior quando comparada às UHEs com capacidade grande de armazenamento, reduzindo assim os danos causados à flora e à fauna.

### 2.2.2. MODELAGEM DE USINAS HIDRELÉTRICAS

As UHEs têm duas características que as diferem dos outros tipos de usinas: elas apresentam acoplamento temporal, em decorrência da existência de reservatórios que propiciam o deslocamento temporal de água; e acoplamento espacial, para o caso específico de usinas consecutivas situadas numa mesma cascata. Seus reservatórios são uma consequência da implantação de barragens em rios, que bloqueiam o curso natural e armazenam água para o uso futuro. A capacidade de armazenamento de água, que posteriormente pode ser utilizada para fins de geração, é denominada volume útil máximo, que, sob o ponto de vista de regularização, serve para o armazenamento de água em um período de aflúências não favoráveis e subsequente utilização quando há carência (SOUZA, SANTOS, *et al.*, 1999). Daí advêm os ciclos de regularização dos reservatórios, que podem ser classificados de acordo com a duração da seguinte forma:

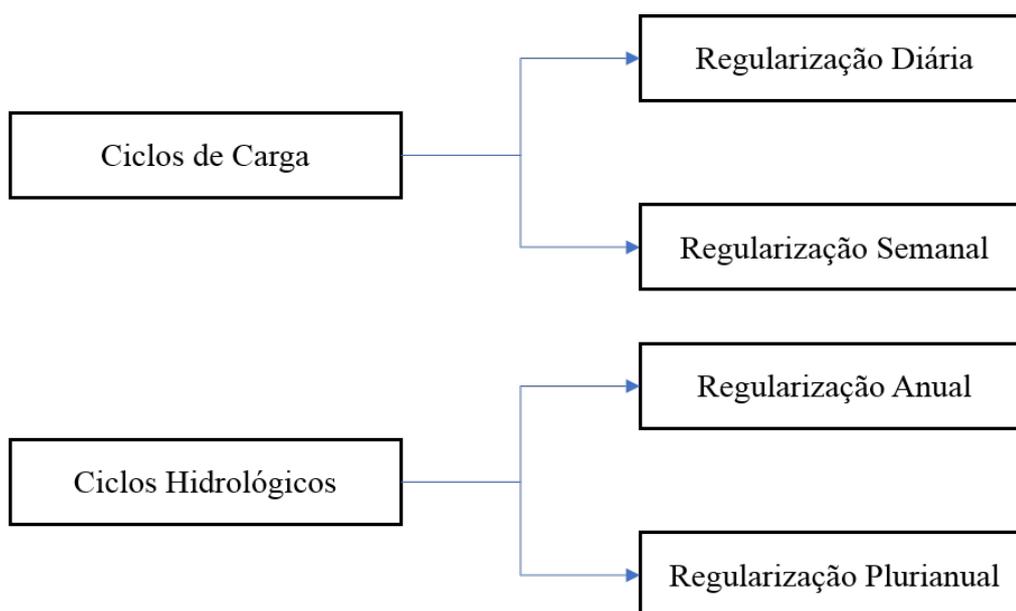


Figura 2.2 - Ciclos de regularização dos reservatórios.

Fonte: Souza *et al.* (1999).

Os períodos associados a cada um dos ciclos apresentados também servem de base temporal para estudos em sistemas hidrotérmicos. Para cada estágio do horizonte considerado, os reservatórios são modelados por meio de equações de balanço hídrico, que contabilizam os montantes de água aflúente em função da defluência de outras hidrelétricas, das vazões naturais incrementais e dos volumes vertidos e turbinados pela própria UHE. Essas relações são

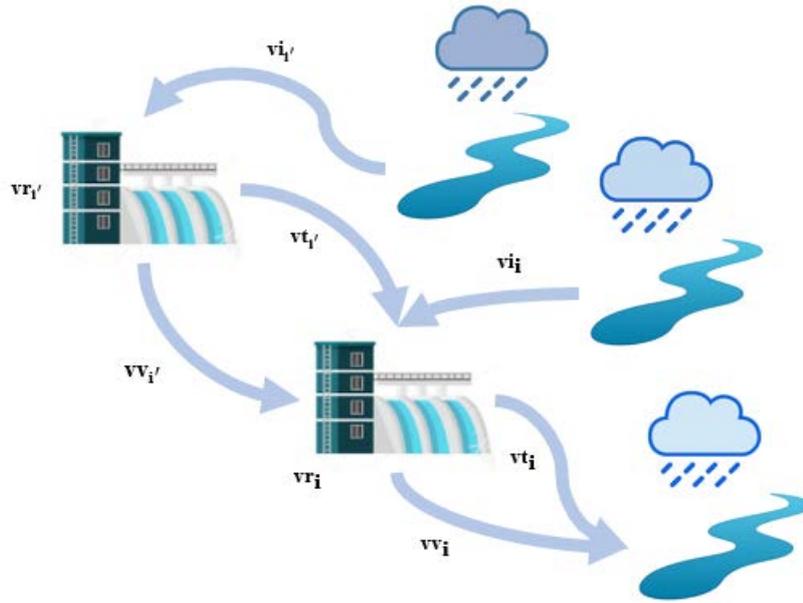


Figura 2.3 - Hidrelétricas em cascata.

Fonte: Autoria própria.

expressas por meio da Figura 2.3 e pela equação (2.1a), enquanto as variáveis de volume, vazão turbinada e vertida são restringidas por (2.1b), (2.1c) e (2.1d). Dependendo do tipo de estudo, pode ser ainda necessário considerar o tempo de viagem do volume de água defluente de uma UHE para o reservatório a jusante, nesse caso é necessário que a equação (2.1a) seja reformulada levando em consideração o deslocamento temporal entre a defluência de uma UHE e o momento em que a água chega ao reservatório da usina a jusante (CEPEL, 2016).

$$vr_{i,t} + \zeta \cdot vt_{i,t} + \zeta \cdot vv_{i,t} - \sum_{i' \in \Omega_i^{up}} \{ \zeta_t [vt_{i',t}] + \zeta_t [vv_{i',t}] \} = vr_{i,t-1} + vi_{i,t} \quad (2.1a)$$

$$vr_{i,min} \leq vr_{i,t+1} \leq vr_{i,max} \quad (2.1b)$$

$$vt_{i,min} \leq vt_{i,t} \leq vt_{i,max} \quad (2.1c)$$

$$vv_{i,min} \leq vv_{i,t} \leq vv_{i,max} \quad (2.1d)$$

Onde:

 $i$  – Usina hidrelétrica; $t$  – Estágio; $\Omega_i^{up}$  – Conjunto de hidrelétricas a montante da hidrelétrica  $i$ ; $vr_{i,t}$  – Volume de água no reservatório da hidrelétrica  $i$  no estágio  $t$  [ $hm^3$ ]; $vt_{i,t}$  – Vazão turbinada pela hidrelétrica  $i$  no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];

- $v_{Vi,t}$  – Vazão vertida pela hidrelétrica  $i$  no estágio  $t$  [ $m^3/s$ ];  
 $v_{i,t}$  – Vazão incremental afluente ao reservatório da hidrelétrica  $i$  no estágio  $t$  [ $hm^3/d$ ];  
 $v_{r_{i,min}}$  – Volume morto do reservatório da hidrelétrica  $i$  [ $hm^3$ ];  
 $v_{r_{i,max}}$  – Volume máximo de água do reservatório da hidrelétrica  $i$  [ $hm^3$ ];  
 $v_{t_{i,min}}$  – Volume mínimo de turbinamento de água da hidrelétrica  $i$  [ $m^3/s$ ];  
 $v_{t_{i,max}}$  – Volume máximo de turbinamento de água da hidrelétrica  $i$  [ $m^3/s$ ];  
 $v_{V_{i,min}}$  – Volume mínimo de vertimento de água da hidrelétrica  $i$  [ $m^3/s$ ];  
 $v_{V_{i,max}}$  – Volume máximo de vertimento de água da hidrelétrica  $i$  [ $m^3/s$ ];  
 $\zeta_t$  – Multiplicador que converte [ $m^3/s$ ] para [ $hm^3/d$ ].

Em sistemas com UHEs também é importante estabelecer, para a devida alimentação dos modelos de otimização, a contribuição natural dos rios ao enchimento dos reservatórios. Para um determinado posto de medição localizado em um rio, se não houver ação antrópicas, como, por exemplo, regularização por reservatórios, desvios de água e usos consuntivos, a vazão mensurada seria classificada como Vazão Natural Afluente (VNA). Para uma UHE  $i$  em cascata com outras UHEs, a Vazão Incremental (VI) de seu trecho é calculada como a diferença entre a VNA da UHE  $i$ ,  $vn_{i,t}$ , com relação às VNAs das UHEs a montante,  $\sum_{i' \in \Omega_i^{up}} vn_{i',t}$ , como mostra a expressão (2.2).

$$v_{i,t} = vn_{i,t} - \sum_{i' \in \Omega_i^{up}} vn_{i',t} \quad (2.2)$$

### 2.2.3. FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTICA

As UHEs têm seu funcionamento baseado no princípio de conversão de energia potencial hidráulica em energia cinética e, posteriormente, conversão de energia cinética em elétrica. No primeiro processo, a energia gravitacional associada a um determinado volume de água em deslocamento sofre redução, enquanto a energia cinética sofre aumento. A partir das turbinas, a energia cinética da água é transferida para o eixo do gerador que, por fim, realiza a conversão de energia cinética em energia elétrica. Esse processo de conversão pode ser modelado em função de parâmetros e variáveis associadas aos equipamentos e características das usinas.

A potência gerada por uma UHE é expressa por meio de uma função não-linear, denominada Função de Produção Hidrelétrica (FPH), que é dependente das variáveis volume do reservatório, vazão turbinada e vazão vertida da forma expressa em (2.3). O termo  $\rho(vr, vt, vv)$  conhecido como função produtividade, expresso detalhadamente em (2.4), é dependente do rendimento médio das turbinas  $\eta_{tur}$ , do rendimento médio dos geradores  $\eta_{ger}$  e da altura de queda líquida  $h_l$  que, por sua vez, é igual à queda bruta multiplicada pelo rendimento hidráulico (2.5), este último é dado em função da perda percentual de altura de queda  $p$  nos condutos forçados.

$$FPH(vr, vt, vv) = vt \cdot \rho(vr, vt, vv) \quad (2.3)$$

$$\rho(vr, vt, vv) = 9,81 \cdot 10^{-3} \cdot \eta_{tur} \cdot \eta_{ger} \cdot h_l(vr, vt, vv) \quad (2.4)$$

$$h_l(vr, vt, vv) = \left( h_{mon}(vr) - h_{jus}(vv, vt) \right) (1 - 0.01p) \quad (2.5)$$

Com o agrupamento dos termos, a FPH é, então, expressa conforme mostra a equação (2.6), onde a multiplicação entre os termos constantes  $9,81 \cdot 10^{-3} \cdot \eta_{tur} \cdot \eta_{ger}$  da expressão (2.4) definem a produtividade específica  $\rho_{esp}$  da usina.

$$FPH(vr, vt, vv) = \rho_{esp} \cdot vt \cdot h_l(vr, vt, vv) \quad (2.6)$$

O termo  $h_l$ , expresso em (2.6), é um polinômio de quarto grau composto pela diferença entre outros dois polinômios de quarto grau (2.5). O primeiro deles expressa a cota montante  $h_{mon}$  em função volume de água armazenado (2.7), e o segundo expressa a cota jusante  $h_{jus}$ , dada pela curva chave<sup>3</sup> do canal de fuga, em função da soma da vazão turbinada com a vazão vertida (2.8).

$$h_{mon}(vr) = a_0 + a_1 \cdot vr + a_2 \cdot vr^2 + a_3 \cdot vr^3 + a_4 \cdot vr^4 \quad (2.7)$$

$$h_{jus}(vt, vv) = b_0 + b_1 \cdot (vt + vv) + b_2 \cdot (vt + vv)^2 + b_3 \cdot (vt + vv)^2 + b_4 \cdot (vt + vv)^4 \quad (2.8)$$

---

<sup>3</sup> Curva-chave é uma função que especifica a vazão que flui através de uma seção transversal de um rio de acordo com seu nível.

---

A expressão final da FPH é dada por (2.9) e exemplificada graficamente para o caso da UHE Capivara pelo Gráfico 2.1.

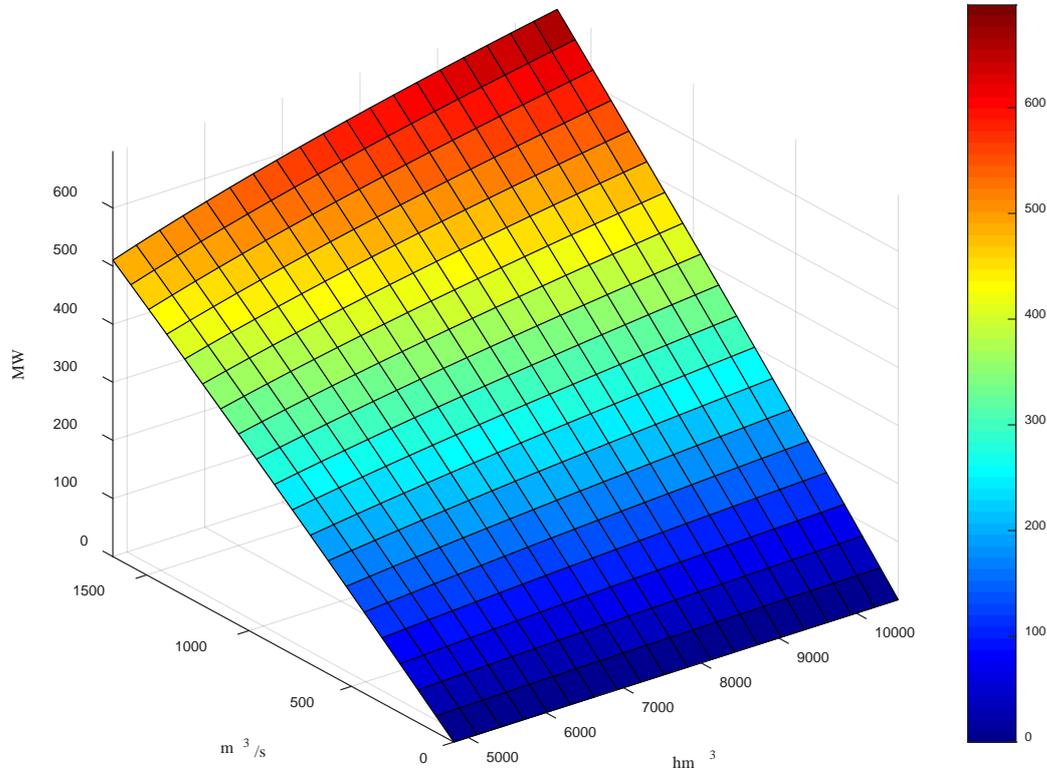


Gráfico 2.1 - Função de produção da UHE Capivara, considerando vazão vertida nula.

Fonte: Autoria própria.

$$\begin{aligned}
 FPH(vr, vt, vv) = \rho_{esp} \cdot vt \cdot \{ & a_0 + a_1 \cdot vr + a_2 \cdot vr^2 + a_3 \cdot vr^3 + a_4 \cdot vr^4 - \\
 & b_0 - b_1 \cdot (vt + vv) - b_2 \cdot (vt + vv)^2 - b_3 \cdot (vt + vv)^2 - b_4 \cdot (vt + \\
 & vv)^4 \} (1 - 0.01p)
 \end{aligned} \quad (2.9)$$

#### 2.2.4. FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA APROXIMADA

Conforme apresentado na seção anterior, cada UHE tem sua FPH modelada através de um polinômio de quarto grau dependente das variáveis volume armazenado, vazão turbinada e vazão vertida. A fim de tornar sua representação menos complexa, foram desenvolvidas várias técnicas onde é feita a representação da variabilidade da produtividade por meio de funções quadráticas ou lineares (DINIZ e MACEIRA, 2008). Embora a FPH seja normalmente não-linear e não-côncava, é possível construir, para faixas normais de variação de volume no

reservatório e vazão turbinada, uma aproximação linear por partes e côncava que gere resultados bastante próximos aos obtidos por meio da FPH. No Brasil, os modelos de otimização DECOMP e DESSEN<sup>4</sup> utilizam uma Função de Produção Hidrelétrica Aproximada (FPHA) que consiste na envoltória côncava mínima da FPH formada por funções lineares. Esta técnica se mostra atraente pelo fato de representar a variabilidade da produtividade das usinas por meio de planos no espaço quadridimensional em função das variáveis originais que regem a produtividade. O processo para a construção da FPHA é descrito a seguir (CEPEL, 2016) (DINIZ e MACEIRA, 2008):

- i. Inicialmente é necessário definir uma grade de  $N$  pontos  $\{vr_i, vt_j \mid i=1, \dots, n \text{ e } j=1, \dots, m\}$  no plano definido por  $vr \times vt$ , e em seguida computar a produção hidrelétrica associada a cada um dos pares  $(vr_i, vt_j)$  utilizando a expressão FPH com vertimento fixado como nulo. Como resultado do processo é obtida uma função discreta  $GH(vr_i, vt_j)$ ;
- ii. A segunda etapa consiste na determinação da envoltória côncava da região definida pela FPH. O processo inicia com a determinação dos coeficientes do plano  $M_s = \alpha_{s,0} + \alpha_{s,1}vr + \alpha_{s,2}vt$  associado a cada subconjunto formado pelas combinações possíveis de 3 pontos  $P_s = (p_1, p_2, p_3)$ , onde de  $p_k=(vr_i, vt_j, GH(vr_i, vt_j))$  para  $k=1,2,3$ . Cada plano  $s$  associado a cada uma das  $C_N^3$  combinações é testado de forma a verificar se  $\forall i \& j \alpha_{s,0} + \alpha_{s,1}vr_i + \alpha_{s,2}vt_j \geq GH(vr_i, vt_j) \mid i = 1, \dots, n \& j = 1, \dots, m$ , caso a condição se mostre verdadeira, conclui-se que o plano  $s$  pertence a superfície côncava mínima  $FPHA_0$ .
- iii. Na terceira etapa, os coeficientes do conjunto de planos que definem a  $FPHA_0$  são multiplicados por um fator de correção  $\gamma$ . Este fator é calculado de forma a minimizar o desvio quadrático médio entre a  $FPHA_0$  e a FPH (2.10).

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left( FPH(vr_i, vt_j) - \gamma FPHA_0(vr_i, vt_j) \right)^2} \quad (2.10)$$

A expressão que define  $\gamma$  é dada em (2.11).

---

<sup>4</sup> DECOMP e DESSEN são os modelos brasileiros responsáveis pela definição do planejamento da operação semanal e diária das usinas do SIN.

---

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \text{FPHA}_0(vr_i, vt_j) \text{FPH}(vr_i, vt_j)}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \text{FPHA}_0(vr_i, vt_j)^2} \quad (2.11)$$

Então, os cortes da  $\text{FPHA}_0$  têm seus coeficientes transformados da seguinte forma:

$$\gamma(\alpha_{s,0} + \alpha_{s,1}vr_i + \alpha_{s,2}vt_i) = \alpha + \dot{\alpha}_s vr_i + \ddot{\alpha}_s vt_i \quad (2.12)$$

- iv. Para valores fixos de  $vr$  e  $vt$  a FPH possui formato convexo na dimensão da vazão vertida, o que indica que a aplicação da metodologia da superfície côncava mínima é inapropriada neste caso. Nos procedimentos descritos anteriormente o vertimento foi considerado nulo, agora a sua influência é ponderada pelo coeficiente  $\ddot{\alpha}_s$  determinado por meio da expressão (2.13) que minimiza o erro quadrático médio entre a FPH e a FPHA. Onde  $vr$  e  $vt$  são mantidos fixos e  $vv$  assume  $m$  valores no intervalo que vai de  $vv_{\min}$  a  $vv_{\max}$ .

$$\ddot{\alpha}_s = \operatorname{argmin} \left[ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left( \text{FPH}(vr, vt, vv) - (\gamma \text{FPHA}_0(vr, vt, vv) + \ddot{\alpha}_s vv_j) \right)^2 \right] \quad (2.13)$$

- v. Com a finalização das etapas descritas previamente, a FPHA é expressa pelo conjunto de restrições expressas em (2.14).

$$\begin{aligned} gh &\leq \alpha_s + \dot{\alpha}_s vr + \ddot{\alpha}_s vt + \ddot{\alpha}_s vv & \forall s \in \Omega^{\text{FPHA}} & \quad (2.14) \\ gh_{\min} &\leq gh \leq gh_{\max} \\ vr_{\min} &\leq vr \leq vr_{\max} \\ vt_{\min} &\leq vt \leq vt_{\max} \\ vv_{\min} &\leq vv \leq vv_{\max} \end{aligned}$$

Onde:

$N_c$  – Número de cortes que formam a FPHA;

$s$  – Plano pertencente a FPHA ( $s=1, \dots, N_c$ );

$\Omega^{\text{FPHA}}$  – Conjunto de cortes associados a FPHA da UHE;

$gh$  – Produção da UHE;

$gh_{\max}$  – Limite máximo de produção da UHE;

$gh_{\min}$  – Limite mínimo de produção da UHE;

### 2.2.5. GERAÇÃO DE ENERGIA TERMELÉTRICA

Energia termelétrica é definida como o aproveitamento da energia térmica obtida pela queima de qualquer combustível sólido, líquido ou gasoso, que através de um processo é transformada em energia elétrica. Esse processo de conversão de energia ocorre através de um conjunto de equipamentos e estruturas que formam uma UTE. Dependendo do tipo de combustível utilizado, os estágios do processo de conversão e os equipamentos utilizados podem variar, originando, assim, vários tipos de ciclos.

As UTEs, que são configuradas conforme mostra a Figura 2.4, são alimentadas por combustíveis sólidos ou líquidos de origem fóssil e seguem o conjunto de processos definidos pelo ciclo Rankine. Neste ciclo, o material combustível é incendiado em uma câmara de combustão, e o calor produzido é utilizado no aquecimento da água presente em uma caldeira. Em consequência deste processo, a água passa do estado líquido para o gasoso, tornando-se vapor de alta pressão que é direcionado a uma turbina, ocasionando, portanto, a movimentação de suas pás. Por meio de um eixo mecânico, a energia cinética das turbinas é repassada ao gerador elétrico, enquanto o vapor em baixa pressão, já “processado” pela turbina, segue em direção ao condensador, onde passa por uma transformação de fase voltando ao estado líquido. Posteriormente, o líquido formado é bombeado a caldeira, reiniciando, assim, o ciclo (ANEEL, 2008).

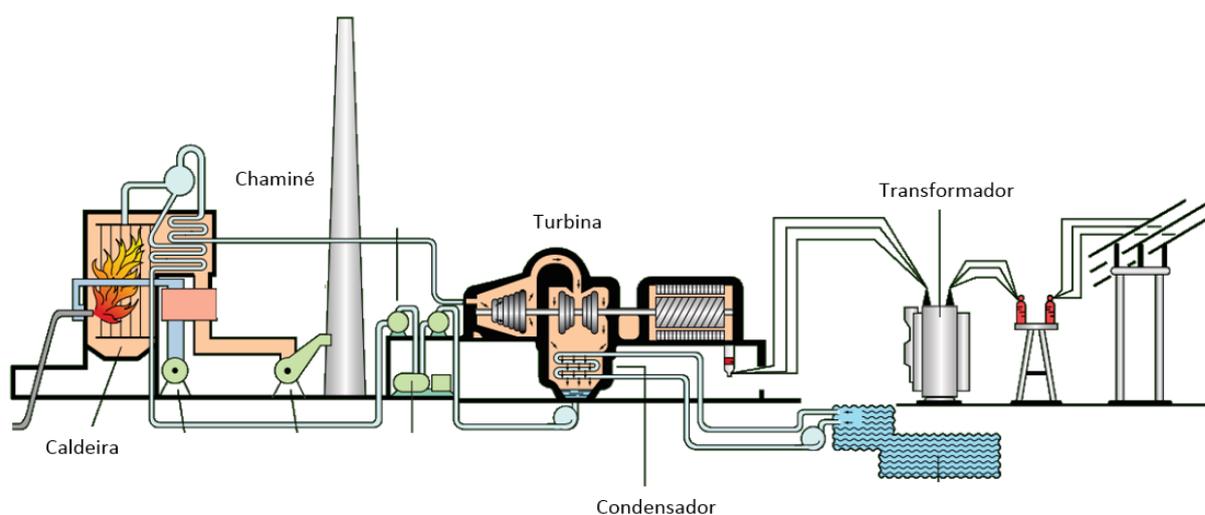


Figura 2.4 - Perfil esquemático de termelétrica a combustível fóssil.

Fonte: Agência Nacional de Energia Elétrica (2008).

O ciclo de Rankine, apresentado anteriormente, adota a água como fluido de trabalho.

No caso das UTEs alimentadas por gás natural, como a apresentada na Figura 2.5, o fluido de trabalho é o ar, o que elimina a necessidade de uma caldeira e adiciona a necessidade de um compressor, dando origem, assim, a um outro ciclo conhecido como ciclo termodinâmico de Brayton. Neste esquema, o ar comprimido é misturado ao combustível na câmara de combustão e incendiado, resultando em gases de alta pressão que movimentam a turbina conectada ao gerador elétrico. Após esse processo, os gases são resfriados e liberados na atmosfera, configurando assim um ciclo termodinâmico aberto (ANEEL, 2008).

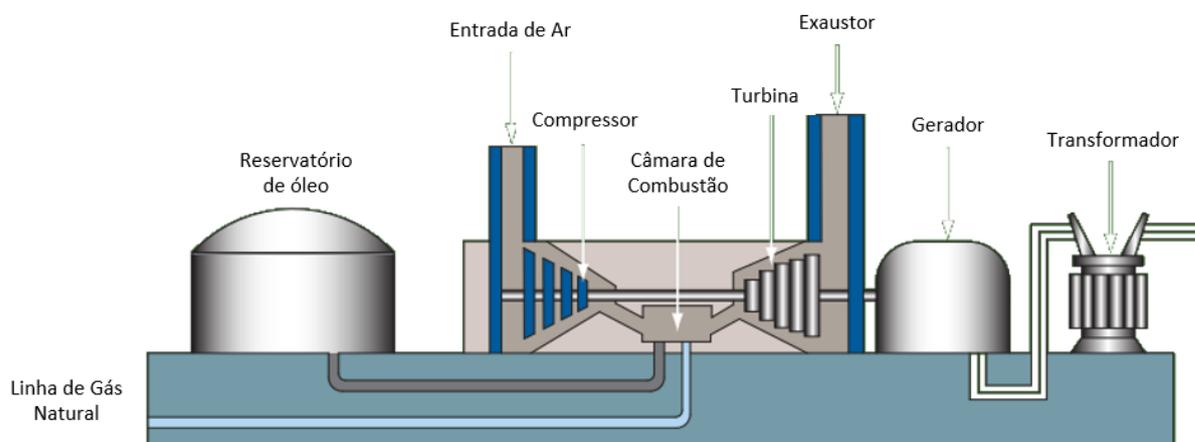


Figura 2.5 - Perfil esquemático de uma termelétrica a gás natural.

Fonte: Agência Nacional de Energia Elétrica (Gás Natural, 2008).

Já no esquema misto de produção, que consiste na combinação dos dois ciclos descritos anteriormente, os subprodutos do ciclo Brayton, ainda em alta temperatura, são utilizados na transformação de água líquida em vapor para a alimentação do ciclo Rankine. Este tipo de usina é denominada de Usina Termelétrica de Ciclo Combinado cujo rendimento passa de 35% para 65% em comparação com as usinas a vapor.

## 2.2.6. MODELAGEM DE TERMELÉTRICAS

Na análise de mercados e planejamento da operação, as UTEs são modeladas através de suas restrições operativas e características físicas. No caso das restrições expressa em (2.15), basicamente, há a limitação dos níveis mínimo  $g_{t_{\min}}$  e máximo  $g_{t_{\max}}$  de produção, sendo a primeira limitação decorrente de fatores como a manutenção da estabilidade termodinâmica ou da rede elétrica, consumo secundário de usinas baseadas em combustíveis fósseis, e montantes de aquisição obrigatória de combustíveis, como ocorre, por exemplo, em contratos de compra

de gás-natural do tipo take-or-pay. Já o limite máximo de produção está associado à capacidade de geração nominal da usina  $g_{\text{ter,nom}}$ , ao rendimento das turbinas e geradores  $\eta_{\text{ter}}$  e à disponibilidade, sendo esta última componente expressa em função do fator de manutenção corretiva  $\omega_{\text{cor}}$  e preventiva  $\omega_{\text{prev}}$ .

$$gt_{\min} \leq gt \leq \eta_{\text{ter}} g_{\text{ter,nom}} (1 - \omega_{\text{cor}})(1 - \omega_{\text{prev}}) \quad (2.15)$$

Além destas limitações, também é necessário levar em consideração os custos incrementais para um acréscimo unitário na produção, que são fortemente dependentes da quantidade necessária de combustível a ser utilizado assim como de seu valor no mercado. A função que define tais custos com produção tem comportamento não-linear, no entanto, é comum adotar uma função equivalente linear nos estudos de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos.

## 2.3. EQUACIONAMENTO DA REDE ELÉTRICA

### 2.3.1. FLUXO DE POTENCIA LINEARIZADO

O estado de um sistema elétrico em regime permanente, que é formado por linhas de transmissão, unidades de geração e cargas, é determinado por meio de expressões não lineares dependentes das potências ativa e reativa injetadas bem como das magnitudes e dos ângulos das tensões nos barramentos. Nos casos em que a potência reativa pode ser desconsiderada, como em estudos de planejamento e comercialização, é possível adotar uma variação linear das equações de cálculo do estado da rede. Tal formulação linearizada parte do princípio de que o fluxo de potência ativa em uma linha de transmissão é aproximadamente proporcional à diferença entre os ângulos das tensões nos barramentos envolvidos. Essa relação entre as variáveis potência ativa e ângulo nos barramentos apresenta resultados cada vez melhores com a elevação do nível de tensão, logo, este modelo linearizado não é aplicável em sistemas elétricos de distribuição, pois a diferença entre a magnitude das tensões nos barramentos tem grande influência nos resultados (MONTICELLI, 1983).

O processo de linearização parte da expressão (2.16), que define o fluxo de potência em uma linha de transmissão no sentido do barramento  $k_1 \rightarrow k_2$ .

$$\mathbf{fl}_{k_1,k_2} = V_{k_1}^2 g_{k_1,k_2} - V_{k_1} V_{k_2} g_{k_1,k_2} \cos(\theta_{k_1} - \theta_{k_2}) - V_{k_1} V_{k_2} b_{k_1,k_2} \sin(\theta_{k_1} - \theta_{k_2}) \quad (2.16)$$

Se for considerado o sentido  $k_2 \rightarrow k_1$ , a expressão (2.16) é modificada para (2.17):

$$\mathbf{fl}_{k_2,k_1} = V_{k_2}^2 g_{k_1,k_2} - V_{k_1} V_{k_2} g_{k_1,k_2} \cos(\theta_{k_1} - \theta_{k_2}) + V_{k_1} V_{k_2} b_{k_1,k_2} \sin(\theta_{k_1} - \theta_{k_2}) \quad (2.17)$$

Se as perdas causadas pelas resistências do sistema forem desprezadas, os elementos comuns que constituem a expressão (2.18) devem ser eliminados de (2.16) e (2.17):

$$\mathbf{fl}_{k_1,k_2} + \mathbf{fl}_{k_2,k_1} = g_{k_1,k_2} (V_{k_1}^2 + V_{k_2}^2 - 2V_{k_1} V_{k_2} \cos(\theta_{k_1} - \theta_{k_2})) \quad (2.18)$$

Resultando na expressão (2.19) para o fluxo no sentido  $k_1 \rightarrow k_2$ .

$$\mathbf{fl}_{k_1,k_2} = -\mathbf{fl}_{k_2,k_1} = -V_{k_1} V_{k_2} b_{k_1,k_2} \sin(\theta_{k_1} - \theta_{k_2}) \quad (2.19)$$

Onde:

$k_1$  – Barramento “de”;

$k_2$  – Barramento “para”;

$\theta_{k_1}$  – Ângulo da tensão no barramento  $k_1$ ;

$\theta_{k_2}$  – Ângulo da tensão no barramento  $k_2$ ;

$V_{k_1}$  – Magnitude da tensão no barramento  $k_1$ ;

$V_{k_2}$  – Magnitude da tensão no barramento  $k_2$ ;

$g_{k_1,k_2}$  – Condutância entre os barramentos  $k_1$  e  $k_2$  ;

$b_{k_1,k_2}$  – Susceptância entre os barramentos  $k_1$  e  $k_2$ ;

O resultado final do processo de linearização é a expressão (2.20), onde as tensões  $V_{k_1}$  e  $V_{k_2}$  são fixadas como unitárias e o seno da diferença entre ângulos  $\theta_{k_1}$  e  $\theta_{k_2}$  é substituído pela própria diferença entre eles.

$$\mathbf{fl}_{k_1,k_2} = \frac{(\theta_{k_1} - \theta_{k_2})}{x_{k_1,k_2}} \quad (2.20)$$

Em suma, o processo de formação das equações de fluxo de potência linearizado, com base nas equações originais de fluxo de potência, é fundamentado na aplicação das seguintes considerações em (2.16) e (2.17):

- i. A magnitude das tensões em cada um dos nós do sistema é fixada em 1 pu;
- ii. Todas as resistências do sistema são desprezadas, assim como as admitâncias shunt;
- iii. Os taps dos transformadores são fixados em 1, ou seja, não são consideradas transformações de tensão;
- iv. A abertura angular entre os barramentos de uma linha é considerada aproximadamente igual ao seno desta diferença angular.

A generalização para sistemas maiores é feita pela equação (2.21), que consiste na soma dos vários fluxos de potência provenientes das linhas conectadas a um mesmo barramento, resultando, assim, na injeção de potência total.

$$P_{k_1} = \sum_{k_2 \in \Omega_{k_1}} \frac{(\theta_{k_1} - \theta_{k_2})}{x_{k_1, k_2}} \quad (2.21)$$

Em que:

$P_{k_1}$  – Potência injetada no barramento  $k_1$ ;

$x_{k_1, k_2}$  – Susceptância entre os barramentos  $k_1$  e  $k_2$ ;

$\Omega_{k_1}$  – Conjunto de barramentos vizinhos a  $k_1$ .

Quando há mais de um barramento, é conveniente a formação de uma matriz  $\mathbf{B}$ , que agrupe as susceptâncias das linhas que participam das equações de potência injetada, conforme mostra a expressão (2.22).

$$\begin{bmatrix} P_{k_1} \\ P_{k_2} \\ P_{k_3} \\ \vdots \\ P_{k_{N_b}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k_2=1}^{N_b} x_{1, k_2}^{-1} & -x_{1,2}^{-1} & -x_{1,3}^{-1} & \cdots & -x_{1, N_b}^{-1} \\ -x_{2,1}^{-1} & \sum_{k_2=1}^{N_b} x_{2, k_2}^{-1} & -x_{2,3}^{-1} & \cdots & -x_{2, N_b}^{-1} \\ -x_{3,1}^{-1} & -x_{3,2}^{-1} & \sum_{k_2=1}^{N_b} x_{3, k_2}^{-1} & \cdots & -x_{3, N_b}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -x_{N_b,1}^{-1} & -x_{N_b,2}^{-1} & -x_{N_b,3}^{-1} & \cdots & \sum_{k_2=1}^{N_b} x_{N_b, k_2}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{k_1} \\ \theta_{k_2} \\ \theta_{k_3} \\ \vdots \\ \theta_{k_{N_b}} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

### 2.3.2. REFORMULAÇÃO POR PTDFs

O fluxo de potência linearizado pode ser simplificado pela adoção de fatores de distribuição de potência, ou Power Transfer Distribution Factors (PTDFs). Os PTDFs são constantes que determinam a contribuição de cada fonte e cada carga no fluxo de potência de cada uma das linhas de transmissão do sistema. O valor de um PTDF, associado a um barramento e linha, é definido como a variação no fluxo de potência ativa relativa a um acréscimo unitário de injeção de potência neste mesmo barramento, e um igual acréscimo na demanda do barramento de referência. Essa nova formulação é mais simples que a formulação original de fluxo de potência linearizado, pois permite a supressão das variáveis que representam o ângulo das tensões nos barramentos do sistema.

Cada PTDF possui quatro atributos que o torna único: está associado a uma linha de transmissão e a um barramento específico, possui um valor positivo ou negativo e é calculado com relação a um barramento de referência  $k_{ref}$ . No exemplo apresentado na Figura 2.6, o fluxo na linha L1 é igual a  $f_{k_1, k_2} = H_{L1, k_g} G + H_{L1, k_d} D$ .

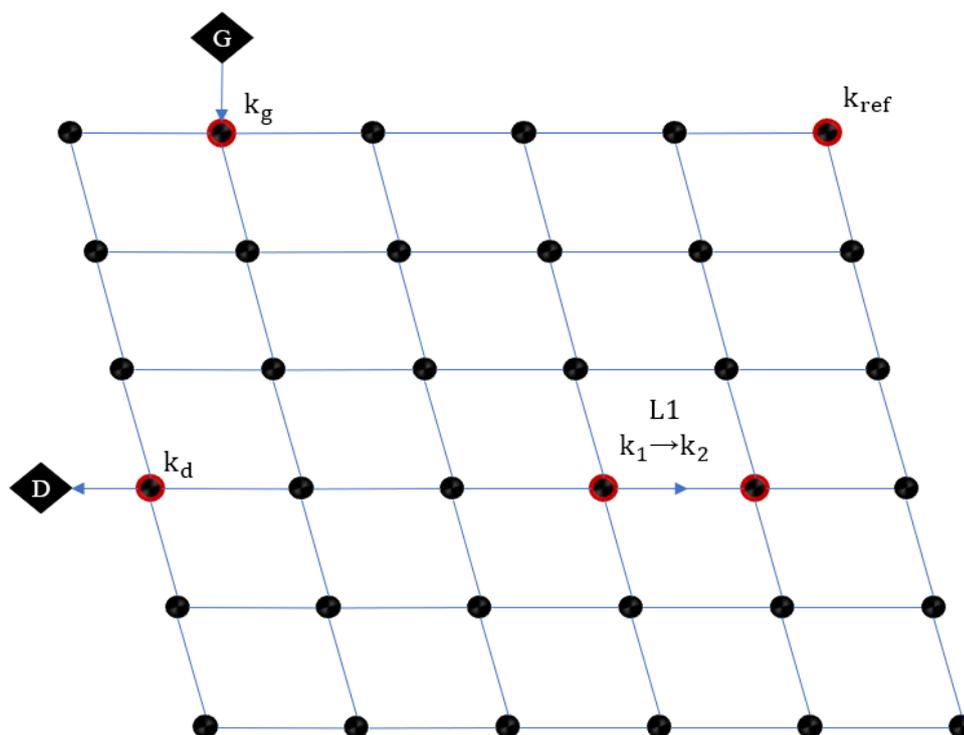


Figura 2.6 - Fluxo em malha de transmissão determinado por PTDFs.

Fonte: Modificado de (CALIFORNIA ISO, 2005).

Em suma, o procedimento para a criação da matriz  $\mathbf{H}$  de PTDFs é descrito a seguir (CALIFORNIA ISO, 2005):

- i. A matriz de susceptâncias do sistema,  $\mathbf{B}$ , tem suas dimensões reduzidas pela retirada da coluna e da linha associada ao barramento de referência  $\mathbf{k}_{\text{ref}}$ , originando assim a matriz  $\mathbf{B}'$ ;
- ii. A matriz reduzida de susceptâncias do sistema,  $\mathbf{B}'$ , é invertida e posteriormente aumentada através da adição de uma coluna e uma linha de zeros, ambas associadas ao barramento de referência, originando assim a matriz  $\mathbf{B}''$ ;
- iii. Constrói-se a matriz de incidência de linhas de transmissão  $\mathbf{I}_r$  de ordem  $N_b$  (onde  $N_b$  é o número de barramentos do sistema), na qual para cada linha  $l_{k_1, k_2}$  tem-se  $\mathbf{I}_{r_{k_1, k_2}} = 1$  e  $\mathbf{I}_{r_{k_2, k_1}} = -1$ , enquanto os termos restantes da matriz  $\mathbf{I}_r$  são preenchidos com zeros.
- iv. Constrói-se a matriz  $\mathbf{X}_r$ , quadrada e de ordem  $N_l$ , que tem sua diagonal composta pelas susceptâncias das linhas de transmissão do sistema. Sua formação pode ser resumida da seguinte forma  $\mathbf{X}_r = \text{diag}\{x_1^{-1}, \dots, x_{N_l}^{-1}\}$ , onde  $N_l$  é a quantidade de linhas no sistema;
- v. Por fim, a matriz de PTDFs  $\mathbf{H}$  é gerada pelo produto expresso em (2.23).

$$\mathbf{H} = \mathbf{X}_r \cdot \mathbf{I}_r \cdot \mathbf{B}'' \quad (2.23)$$

É importante salientar que a escolha de distintos barramentos de referência origina distintas matrizes  $\mathbf{H}$ , contudo os fluxos de potência calculados não são afetados, ou seja, os resultados são idênticos para diferentes barramentos de referência. Com base nessa nova formulação do fluxo de potência linearizado, as restrições que caracterizam uma rede elétrica passam a ser representadas de forma mais simples pelas equações (2.24a) e (2.24b), para a limitação dos fluxos nas linhas, e (2.25), para o balanço energético.

$$\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \{ [g_{h_{i,k,t}}] + [g_{t_{j,k,t}}] - d_{k,t} \} \leq fl_{l,\max} \quad (2.24a)$$

$$-\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \{ [g_{h_{i,k,t}}] + [g_{t_{j,k,t}}] - d_{k,t} \} \leq fl_{l,\max} \quad (2.24b)$$

$$\sum_{i=1}^{N_h} g_{h_i,k,t} + \sum_{j=1}^{N_t} g_{t_j,k,t} = \sum_{k=1}^{N_b} d_{k,t} \quad (2.25)$$

Onde:

$i$  – Índice associado a usina hidrelétrica;

$j$  – Índice associado a usina hidrelétrica;

$t$  – Estágio

$k$  – Barramento;

$l$  – Linha de transmissão;

$g_{h_i,k,t}$  – Geração da UHE  $i$ , conectada ao barramento  $k$  no estágio  $t$ ;

$g_{t_j,k,t}$  – Geração da UTE  $j$ , conectada ao barramento  $k$  no estágio  $t$ ;

$d_{k,t}$  – Demanda associada ao barramento  $k$  no estágio  $t$ ;

$f_{l,max}$  – Limite máximo de fluxo de potência na linha  $l$ .

## 2.4. CONCLUSÃO

Neste capítulo, foram apresentados os modelos matemáticos que representam as usinas e os sistemas elétricos de transmissão para a análise em mercados a curto prazo. No caso das UHEs foi apresentada a modelagem dos reservatórios por meio das equações de balanço hídrico, a formulação matemática não-linear da Função de Produção Hidrelétrica, assim como a sua variante linearizada chamada Função de Produção Hidrelétrica Aproximada. Para o caso de sistemas de transmissão, foi apresentada a formulação matemática do Fluxo de Potência Linearizado e a sua formulação mais simplificada por meio de PTDFs.

---

# CAPÍTULO 3

## MERCADOS DE ENERGIA ELÉTRICA

### 3.1. INTRODUÇÃO

Com a reestruturação do SEB, e a consequente criação de ambientes de contratação, a energia elétrica passou a ser economicamente considerada um *commodity* no Brasil, podendo então ser vendida, comprada e negociada nos mercados estabelecidos. Os Mercados de Energia são os ambientes estruturados por meio de regras, onde são realizadas as ofertas, negociações e transações. São arquitetados de forma a promover a competição, formação eficiente dos preços e investimento em fontes de geração mais eficientes, econômicas e, hoje em dia, ecologicamente sustentáveis. Neste capítulo, o objetivo é apresentar em linhas gerais como é feita a comercialização de energia no Brasil, a classificação estrutural dos mercados de energia e como a teoria dos jogos pode ser aplicada para análise do comportamento estratégicos de produtores. Na seção 3.2., será apresentado um resumo do processo de reestruturação do SEB e como ocorre a formação do preço da energia no mercado spot brasileiro. Já na seção 3.3, serão apresentados os principais modelos estruturais de mercado assim como o papel dos agentes envolvidos. Por fim, na seção 3.4., será apresentado como a teoria de jogos é utilizada para a simulação do processo de tomada de decisão realizado pelos principais agentes envolvidos.

### 3.2. MERCADO BRASILEIRO DE ENERGIA ELÉTRICA

#### 3.2.1. REESTRUTURAÇÃO DO SEB E INTRODUÇÃO DOS AMBIENTES DE CONTRATAÇÃO

Na década de 80 o modelo estadista do SEB mostrou sinais de esgotamento devido à escassez dos recursos próprios, reduzidas fontes de financiamento nacional e internacional para realização de projetos de expansão, questionamento social e redução das receitas das concessionárias pela política de contenção das tarifas (CHIGANER, RIBEIRO, *et al.*). Além

---

disso, o comprometimento com as obras monumentais de Itaipu e o Programa Nuclear Brasileiro contribuíram para o agravamento da crise já estabelecida, que levou o Governo Federal a cogitar a aplicação de reforma no setor elétrico já não auto-sustentável.

No início dos anos 90 o Governo Federal deu início, por meio de consultores e grupos técnicos de suas empresas, à análise de questões fundamentais para a reestruturação do SEB. O objetivo era o de definir os quesitos necessários para a formação de uma estrutura que impulsionasse a indústria brasileira. Nestes estudos, constatou-se que era necessário inserir a competição no seguimento de produção de energia elétrica por meio da criação de um mercado no atacado, que definiria os preços à vista e que, por seguinte, serviriam de referência para outros tipos de transação. Ademais, seria também essencial estender a competição ao varejo, tornando possível a negociação direta entre produtores e comercializadores a fim de que os consumidores livres, por intermédio dos comercializadores, pudessem escolher seus fornecedores. Essa última transição seria feita de forma gradual, os consumidores cativos seriam liberados gradativamente a atuar no mercado livre desde que atendessem os requisitos estabelecidos pelo regulador (LIMA, 2010).

Em 1995 o Governo Federal contratou a empresa de consultoria Coopers & Lybrands e iniciou o Projeto de Reforma do Setor Elétrico Brasileiro (RESEB) em que foram estabelecidas as principais diretrizes da nova estrutura do SEB e um novo modelo comercial. Neste modelo foi estabelecido o Mercado Atacadista de Energia (MAE) onde seriam realizadas todas as contratações de energia, tanto a longo quanto a curto prazo. A Figura 3.1 esquematiza o MAE, em que o grupo de agentes geradores negocia energia com o grupo formado por agentes distribuidores e varejistas. Neste esquema, a venda e compra de energia pode ocorrer por meio do mercado spot no MAE ou através de contratos bilaterais (LIMA, 2010).

Nesta arquitetura foi definido um novo agente, o Operador Nacional do Sistema (ONS), que seria responsável pela operação das unidades de geração e das linhas de transmissão além de otimizar centralizadamente o despacho das usinas e definir o preço da energia no mercado spot. Para isso, os agentes de geração teriam que fornecer ao ONS informações sobre suas UHEs, como o nível de seus reservatórios e disponibilidade técnica de suas turbinas; os agentes detentores de termelétricas, por sua vez, teriam que fornecer dados como a disponibilidade técnica, eficiência e custo dos combustíveis utilizados (HOCHSTETLER, 1998).

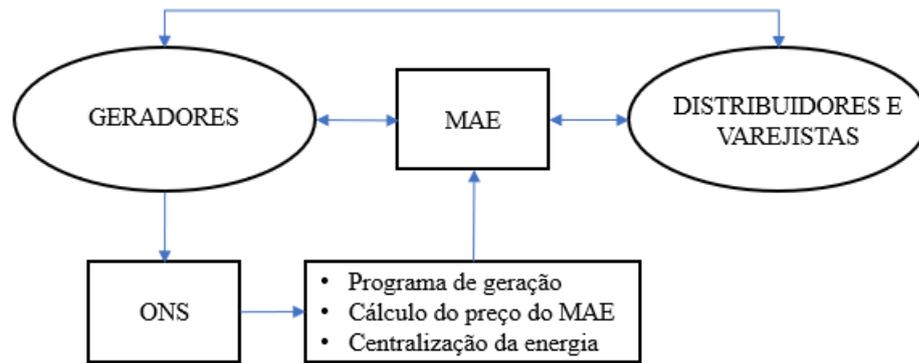


Figura 3.1 - Esquema do MAE.

Fonte: Adaptado de (LIMA, 2010).

Nesta mesma proposta foi estabelecido o Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) que determina que a geração de energia das UHEs deve ser tratada de forma agregada a fim de aproveitar as complementariedades dos aproveitamentos. O MRE, contabilmente, realoca a energia excedente a garantia física de uma usina a outra usina que não alcançou sua meta de produção. Os consultores ainda sugeriram que o MRE fosse desfeito gradualmente, pela redução das quotas de energia firme e aumento nas vendas no mercado spot (HOCHSTETLER, 1998).

Seguindo o modelo de outros países, foi indicada a segregação das atividades de geração, transmissão e distribuição. A antiga cadeia vertical de serviços deveria ser quebrada de forma que houvesse maior especialização nos serviços prestados, fato que, conseqüentemente, levou a reestruturação de cada um dos segmentos. No caso da transmissão, a propriedade das linhas e equipamentos pertencem a empresas transmissoras que disponibilizam seus ativos através de contratos para o ONS que os opera de forma centralizada. No segmento de geração surgiram novas empresas oriundas das antigas empresas de geração federais. Já na distribuição, se mantiveram as empresas existentes, mas com a definição clara da atividade “fio”.

Em suma, o modelo proposto demonstra a preocupação em evitar a descentralização da operação, ou o “Loose-Pool”, o que promove pouca autonomia para os agentes de geração já que uma vez definida sua energia assegurada ou garantia física, resta apenas buscar o sucesso na negociação dos contratos bilaterais. Em outras palavras, não há uma estrutura de incentivos forte que instigue os agentes a se preocuparem com o período em que parte da usina estiver indisponível devido a manutenção, ou com a eficiência das usinas, ou ainda com a preservação da capacidade de armazenamento das suas usinas (HOCHSTETLER, 1998).

Em 2004 o Governo Federal retomou o processo de reestruturação do SEB sob uma nova ótica. Esse novo processo priorizou a redução dos riscos e, conseqüentemente, garantir a segurança de suprimento energético, além de promover a modicidade tarifária pela contratação eficiente de energia elétrica (LIMA, 2010). Com o Decreto nº 5.163, de 30 de julho de 2004, foram introduzidos no SEB os ambientes de contratação de energia elétrica entre concessionários, permissionários e autorizados de serviços, bem como destes com seus consumidores. O Ambiente de Contratação Regulado (ACR) é o segmento do mercado no qual ocorre venda e compra de energia por meio de licitações do tipo Leilão por menor custo. A fim de aumentar a segurança no suprimento, foi estabelecido que todas as concessionárias, permissionárias e autorizadas de serviço público de distribuição de energia elétrica devem contratar, por meio de licitação no ACR, energia para o atendimento de 100% de seu mercado. Além do ACR, foi criado o Ambiente de Contratação Livre (ACL) no qual é realizada a venda e compra de energia elétrica por meio de contratos bilaterais, que são livremente negociados entre as partes. A Lei nº 10.848, de 15 de março de 2004 estabeleceu uma nova instituição, a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE), que passou a ter as atribuições antes detidas pelo MAE, ou seja, ela é a nova operadora do mercado de energia elétrica brasileiro. Seu papel é o de contabilizar as operações de compra e venda de energia elétrica nos dois ambientes de contratação.

### 3.2.2. MODELOS COMPUTACIONAIS NEWAVE E DECOMP

A fim de obter ganhos sinérgicos no Sistema Interligado Nacional (SIN), o modelo institucional atual determina que o ONS é responsável pela coordenação e planejamento da operação centralizada das usinas de geração que estão distribuídas nos quatro subsistemas: Subsistema Norte, Subsistema Sul, Subsistema Nordeste e Subsistema Sudeste/Centro-Oeste. Na configuração atual, tais subsistemas estão conectados por meio de linhas de transmissão que contribuem para uma maior eficiência no gerenciamento dos recursos disponíveis e, conseqüentemente, segurança energética. Isso se dá em função do melhor aproveitamento dos distintos regimes hidrológicos das bacias hidrográficas de cada região, que frequentemente é responsável pela manutenção do equilíbrio energético sem a necessidade do acionamento das UTEs mais caras.

A metodologia para a definição do planejamento da operação e a determinação do preço da energia é operacionalizada através de dois programas: o NEWAVE e o DECOMP,

que, basicamente, definem o despacho econômico ótimo das usinas do SIN com base nos CVUs das UTEs e disponibilidade de todas as usinas. Ambos os modelos foram desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL) que desde sua criação é responsável pelo seu contínuo aprimoramento para a operação do SIN.

O NEWAVE é um modelo de otimização para o planejamento energético a médio termo, com horizonte de cinco anos e discretização mensal. A cada mês são definidas as metas de geração das usinas despacháveis do SIN, de forma que atendam a demanda prevista e minimizem o valor total do custo de operação ao longo do horizonte de planejamento. Além do custo advindo da operação de usinas térmicas, o modelo também admite uma função de custo de déficit com patamar único, que é responsável por penalizar o corte de carga.

Devido à preponderância de UHEs com reservatórios de ciclo regularização mensal, as decisões operacionais tomadas no presente afetam fortemente as decisões tomadas no futuro, isto é, a utilização da energia armazenada nos reservatórios em um determinado estágio impacta os volumes iniciais dos reservatórios no estágio seguinte. Em função deste acoplamento temporal, há a necessidade de tomar decisões operacionais que levem em consideração a incerteza quanto às afluências futuras, pois a carência ou abundância de recursos no futuro norteia a quantidade ótima de água a ser utilizada no presente. O modelo NEWAVE otimiza a operação do SIN considerando os possíveis estados futuros dos reservatórios equivalentes de cada subsistema. Dado que a estratégia ótima de operação deve ser calculada levando em consideração todas as combinações de níveis de reservatórios e a tendência da arvore hidrológica, o problema matemático torna-se rapidamente intratável do ponto de vista computacional. Daí surge a necessidade da aplicação de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) (PEREIRA e PINTO, 1991) que permite a divisão do problema integral em vários outros problemas de menor porte, em que o custo de operação associado a estágios futuros é representado por meio de uma função de custo futuro. Ademais, o porte do problema matemático é ainda reduzido pela agregação dos diversos reservatórios de uma região.

Como visto anteriormente, o planejamento da operação do SIN pelo modelo NEWAVE é desagregado em etapas mensais e anuais. Em todos os estágios considerados, a representação do SIN é realizada com base em muitas simplificações, não contemplando assim a definição de metas de gerações individuais para cada usina. Para a realização do Planejamento Mensal da Operação (PMO), é necessário o acoplamento do modelo DECOMP junto ao modelo NEWAVE, que fornece como insumo a função de custo futuro para os cinco anos considerados. O modelo DECOMP, por sua vez, determina as metas individuais de geração das usinas do

sistema considerando um horizonte de um ano, com discretização semanal no primeiro mês e mensal para o restante do ano. Além da programação individual de cada usina, o DECOMP também é responsável por calcular o Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), que é utilizado para a liquidação da energia não contratada e, também, como referencial no processo de negociação de contratos no ACL.

O PLD é calculado em base ex-ante, ou seja, com base em informações previstas de disponibilidade das usinas e previsão de carga. Cada um dos 4 submercados que compõem o SIN, Norte, Nordeste, Sudeste/Centro-Oeste e Sul, tem sua energia precificada semanalmente e por patamar de carga. As restrições de transmissão internas aos submercados são desconsideradas a fim de que o Custo Marginal de Operação (CMO) seja o mesmo em todos os pontos de um mesmo submercado (ONS, 2017). Dado que o custo de operação é na realidade maior, devido a gargalos que aparecem nos subsistemas, a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) agrega ao cálculo dos Encargos de Serviços do Sistema por Restrições de Operação a diferença entre o custo real de operação e custo calculado sem restrições internas aos subsistemas. O pagamento deste encargo é de responsabilidade dos agentes da CCEE que possuem carga (ONS, 2017).

### **3.3. MODELOS DE MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA**

#### **3.3.1. MERCADOS DE ENERGIA**

Os Mercados de Energia são os ambientes estruturados por meio de regras, onde são realizadas as ofertas, negociações e transações. São arquitetados de forma a promover a competição, formação eficiente dos preços e investimento em fontes de geração mais eficientes, econômicas e, hoje em dia, ecologicamente sustentáveis. A indústria de energia elétrica representada pelos segmentos de geração, transmissão e distribuição, tem características inerentes ao produto comercializado, como, por exemplo, o fato da energia elétrica ainda não poder ser armazenada em grandes quantidades de forma viável; o despacho de usinas fora de ordem de mérito em função de “gargalos” na transmissão; a demanda a curto prazo ser praticamente insensível à variação de preço; e ao fato da geração dever se igualar à soma das perdas e cargas continuamente. Estes fatos fazem com que o produto energia elétrica seja totalmente diferente de outros bens econômicos dificultando o desenho deste mercado específico.

---

A competição nos segmentos de transmissão e distribuição não é viável pois tem uma característica de monopólio natural.

O segmento de comercialização de energia elétrica, basicamente, pode-se classificar em três tipos principais de mercados:

- i. Mercado de energia a curto prazo, ou mercado spot: onde é comercializada energia considerando um curto espaço de tempo entre a contratação e a entrega. Uma de suas funções é a de definir a programação prévia de despacho diário ou semanal, normalmente em ciclos de 24h, mobilizando os agentes de geração de forma que estejam aptos a gerar quando for necessário.
- ii. Mercado de energia a termo<sup>5</sup>: onde é comercializada energia para ser entregue no futuro, neste quesito qualifica-se a contratação de energia com no mínimo uma semana de antecedência à entrega. Segundo o Instituto Acende Brasil (2016) mercados a termo têm a função de “promover a expansão a fim de manter o equilíbrio estrutural entre a oferta e a demanda” além de “coordenar a expansão para minimizar os custos globais de suprimento de energia”. Naturalmente as contratações firmadas neste mercado servem como uma forma de proteção contra a volatilidade dos preços no mercado spot, já que há previsibilidade e estabilidade nos pagamentos entre as partes;
- iii. Mercado de serviços ancilares: onde ocorre a contratação de serviços para manutenção da qualidade e segurança no suprimento de energia elétrica dentro da padronização do órgão regulador. Neste mercado são negociados produtos a fim de que seja feito o controle de frequência e tensão da rede.

A organização destes mercados também pode ser classificada de acordo com o grau de liberdade dado aos agentes no processo de negociação. Nos casos em que há descentralização, ambas as partes (vendedores e compradores) negociam os termos dos contratos entre si e da forma que mais for conveniente. Em oposição, quando há centralização, os agentes devem apresentar suas ofertas ou demandas a um agente central e independente responsável por realizar a coordenação e, também, por definir os preços. As operações de compra e venda são realizadas por meio de uma plataforma de negociação, que podem ser do tipo balcão, bolsa e leilão. No mercado de balcão as negociações são intermediadas por meio de

---

<sup>5</sup> O mercado a termo representa um primeiro momento para a instalação de mercados mais complexos como o mercado de futuros, opções, etc.

---

uma figura central, que estabelece regras de comercialização e facilita o encontro entre ofertantes e demandadores. A bolsa, por sua vez, consiste em uma plataforma sofisticada que objetiva organizar as negociações de forma eficiente e segura, sendo, para este fim, estabelecidas regras detalhadas para o processamento das transações e divulgação das informações. Já nos leilões os interessados submetem propostas que são ranqueadas de acordo com critérios pré-estabelecidos de forma que o melhor ofertante seja escolhido.

### 3.3.2. ESTRUTURAÇÃO DOS MERCADOS DE ENERGIA

Com a reestruturação dos mercados de energia e a desverticalização da cadeia de serviços de geração, transmissão e distribuição, o setor elétrico passou a necessitar de novos agentes para a reorganização das atividades. Apesar das diferenças entre os mercados reestruturados de todo o mundo, é possível destacar algumas figuras recorrentes:

- i. Operador de Mercado ou Market Operator (MO): é o agente responsável pelo estabelecimento das regras e procedimentos de operação no mercado de energia, além de viabilizar ambientes de negociação para a atuação dos participantes. A fim de que haja segurança comercial, o MO também é responsável pelo monitoramento do mercado e análise das ações dos agentes, verificando sempre se eles agem de acordo com a legislação. No Brasil, a operadora do mercado de energia é a CCEE que, além das atribuições já citadas, também registra os contratos firmados entre compradores e vendedores e contabiliza as transações energéticas entre ambas as partes.
  - ii. Operador Independente do Sistema ou Independent System Operator (ISO): é o agente responsável por controlar algumas ou todas as linhas de transmissão e usinas de geração, definindo o despacho e cortes de carga necessários para a manutenção da segurança operativa do sistema. Em alguns países, o ISO também exerce as funções do MO, ou seja, um único agente é responsável pela operação e comercialização.
  - iii. Companhias de Geração ou Generation Companies (GENCOs): são os agentes responsáveis pela operação e manutenção de usinas de geração de energia elétrica. Eles podem ser detentores das instalações e máquinas de usinas ou apenas agir no mercado em nome dos verdadeiros proprietários. Seu objetivo, em ambos os
-

casos, é o de maximizar o payoff obtido pela venda de energia proveniente do conjunto de usinas sob seu controle.

- iv. **Companhias de Distribuição ou Distribution Companies (DISCOs):** são os agentes responsáveis pela distribuição de energia aos consumidores finais de uma certa região geográfica, além disso, também são responsáveis pela construção e manutenção de toda a estrutura intermediária necessária neste processo. Sua remuneração se dá por meio de tarifas reguladas e aplicadas aos consumidores conectados a sua rede.
- v. **Companhias de Transmissão ou Transmission Companies (TRANSCOs):** são os agentes responsáveis pela transmissão de energia entre as usinas das GENCOs e a malha controlada pelas DISCOs. Basicamente, seu papel é o de construir e manter as linhas de transmissão, além de operá-las de acordo com os comandos do ISO. O investimento realizado é recuperado através da aplicação de tarifas de transmissão aos usuários da rede.
- vi. **Consumidores:** são os usuários finais da energia elétrica. Eles estão conectados às redes de distribuição das DISCOs, ou até mesmo às linhas de transmissão das TRANSCOs, dependendo do nível de suas necessidades energéticas. Quando classificados como cativos, são obrigados a adquirir energia da distribuidora local, caso contrário a contratação de energia pode ser feita por meio dos mercados de energia disponíveis.
- vii. **Comercializadores:** esses agentes atuam no mercado como intermediários, entre os produtores e consumidores, contratando energia por meio de contratos e revendendo-a em seguida.

Dependendo da estrutura de mercado considerada, os agentes citados anteriormente podem ter maior ou menor liberdade de atuação e de opções de contratação de energia. Seguindo a classificação apresentada na seção anterior, é possível definir os seguintes modelos estruturais para a realização de venda e compra de energia:

- i. **Tight-Pool:** é um modelo centralizado em que os agentes de geração comunicam a um agente central, normalmente o MO, a disponibilidade e o custo variável de suas usinas. Em seguida, o MO submete os dados adquiridos a um programa que calcula o despacho das usinas por ordem de mérito levando em consideração ou não todas as restrições de transmissão do sistema elétrico. O custo marginal de

operação, obtido através do modelo, serve como base para a formação do preço da energia no mercado spot.

- ii. Loose-Pool: é um modelo centralizado semelhante ao Tight Pool, com a diferença de que permite maior participação dos agentes de geração e, em alguns casos, a de agentes demandadores de energia também. Neste mercado os produtores ofertam a par quantidade/preço, que consiste na quantidade de energia máxima em oferta e o preço mínimo que aceitam receber por MWh no mercado spot controlado pelo MO. Com a finalização do período de recebimento de ofertas, o MO cruza a curva de ofertas com a curva de demanda prevista e determina as usinas que despacharão, além do preço da energia elétrica. Nos casos em que há atuação dos agentes compradores, a sua participação se faz, assim como é feito no caso dos agentes de geração, pela comunicação dos valores associados ao par quantidade/preço ao OM, neste caso ambos consistem na quantidade de energia que o agente gostaria de negociar e o preço máximo que está disposto a pagar por MWh. Neste tipo de mercado, os agentes detentores de usinas eficientes e com custo variável menor são naturalmente recompensados, pois a margem de lucro por MWh tende a ser maior que dos outros produtores.
- iii. Contratos Bilaterais: são firmados por meio de um processo de negociação entre agentes produtores e consumidores que estabelece o montante de energia a ser transacionado, quando a operação ocorrerá e o preço. Nesse caso é necessário que o operador do sistema verifique se sistema de transmissão tem capacidade de completar a transação da energia de forma segura.
- iv. Modelo Híbrido: este modelo é formado pela composição de um dos modelos pool com contratos bilaterais. Os agentes demandadores têm o poder de contratar energia por meio de um pool, contratos bilaterais ou ambos, dependendo de sua preferência.

Em qualquer uma das estruturas citadas, o ISO, o MO e as GENCOs destacam-se como os agentes cujas as ações são determinantes para uma operação segura e eficiente. Suas atuações no mercado de energia devem ser fundamentadas em estudos prévios de forma que suas funções sejam cumpridas com êxito. Na Figura 3.2, e de forma generalizada, é apresentada uma estrutura que mostra os fatores preponderantes a atuação dos agentes-chave em qualquer mercado de energia descentralizado. Neste esquema, considera-se que o ISO e o MO se integraram, formando, portanto, um único agente controlador.

---

O ISO/MO atua no sistema operando o mercado de energia e coordenando a operação de usinas e linhas, suas decisões são fundamentadas em estudos, como, por exemplo, a realização de previsões de carga para ter certeza de que há energia suficiente para o suprimento da demanda e realização de serviços ancilares. Além disso, a tarefa de operar o mercado de energia sem prejudicar a segurança e, ao mesmo tempo, garantindo a eficiência do sistema elétrico, é realizada com maior facilidade quando tal agente é munido de instrumentos, tais quais leilão de serviços ancilares, precificação do serviço de transmissão e gerenciamento do congestionamento. Além da eficiência operativa dos ativos, o ISO/OM também deve buscar, por meio da aplicação de técnicas e ferramentas para a detecção do poder de mercado exercido pelos GENCOs, estabelecer um ambiente justo e competitivo buscando sempre mitigar ações oportunistas e ilegais no mercado.

As GENCOs, em contraste com o ISO/MO, atuam unicamente em busca da maximização de seus benefícios individuais. Para que seu objetivo seja alcançado com o maior êxito possível, são realizados estudos para previsão de mercado, ou seja, preço e carga; são estabelecidas metodologias para a realização de ofertas estratégicas baseadas nas previsões realizadas; são identificadas oportunidades para a realização de arbitragem<sup>6</sup> e gaming<sup>7</sup>; e é realizado o gerenciamento do risco de suas ações. Neste sentido, a teoria de jogos é uma ferramenta valiosa para a tomada de decisão das GENCOs, pois é capaz de simular o mercado e determinar as ações que devem tomar a fim de concretizar seus objetivos de maximização de payoff.

---

<sup>6</sup> Arbitragem consiste na prática de obter lucro pela compra e, em seguida, venda de uma commodity ou de commodities equivalentes a um risco insignificante e com um investimento nulo, o que implica num intervalo de tempo irrisório entre as duas transações.

<sup>7</sup> Gaming é uma prática aplicada em mercados de energia em que os agentes tomam decisões, ou formam estratégias, considerando o comportamento estratégico de seus adversários.

---

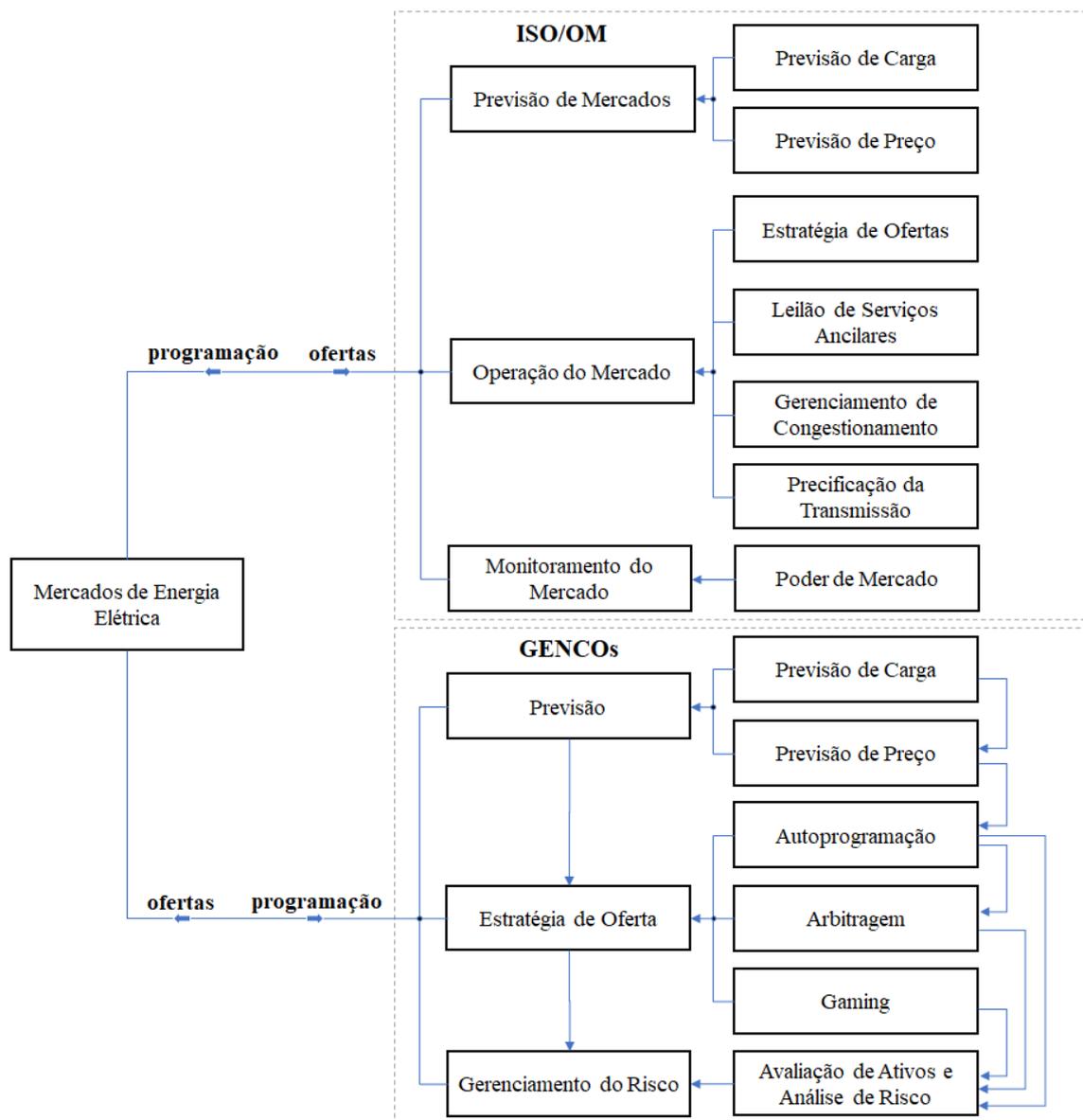


Figura 3.2 - Estrutura de um mercado de energia.

Fonte: Modificado de Shahidehpour *et al.* (2002).

### 3.3.3. FORMAÇÃO DO PREÇO DA ENERGIA

O preço spot exerce um papel importante como indicador geral do estado em que se encontra o mercado de energia elétrica. É ideal que ele consiga refletir com fidelidade as condições reais do lado da demanda, oferta e transmissão de energia, para que seja possível incentivar os agentes envolvidos a tomarem decisões que sejam benéficas ao sistema. Para o caso de sistemas fortemente dependentes de fontes energéticas de origem fóssil, como ocorre em sistemas termelétricos, o preço da energia deve condizer com o preço dos combustíveis além

de incentivar a desativação de usinas ineficientes e caras, já no caso de sistemas dependentes principalmente de fontes renováveis, como ocorre em sistemas dotados principalmente de UHEs, UEEs e UFVs, o preço da energia deve condizer com as condições climáticas e meteorológicas, que regem a disponibilidade dos recursos necessários para a produção de energia. Além disso, os preços também devem refletir as condições da malha elétrica que conecta os ativos dos agentes participantes do mercado, sendo isso possível através da introdução das sensibilidades associadas às restrições de fluxo nas linhas de transmissão, que quantificam a influência de congestionamentos no despacho ótimo das usinas do sistema na formação do preço.

A grande maioria dos mercados de energia adotam um dos seguintes esquemas de formação de preço: Precificação Uniforme, Precificação Discriminatória, Precificação Nodal ou Precificação Zonal. Na Precificação Uniforme, todos os agentes detentores de usinas, cujas ofertas foram aceitas pelo MO, são remunerados com base no mesmo preço, enquanto na Precificação Discriminatória, também conhecida como formato pay-as-bid, as ofertas de quantidade aceitas são remuneradas de acordo os preços associados. Nos casos das metodologias de Precificação Nodal e Zonal os despachos das usinas são definidos por meio da resolução de um problema de fluxo de potência otimizado, cujo objetivo é minimizar os custos com compra de energia ou maximizar o bem-estar social, considerando todas as restrições de transmissão do sistema, para o caso nodal, ou apenas as restrições de transmissão entre zonas, para o caso zonal (MOHRHAUER, 2016). Na ocorrência de congestionamentos em circuitos que conectam nós ou zonas, o preço definido nestas locações é diferenciado de forma a refletir a escassez de capacidade de geração e capacidade de transmissão. Para o caso zonal, é possível que algumas das restrições intra-zonais, que não são consideradas no modelo matemático de despacho, sejam desrespeitadas, tornando assim necessária a ação do ISO, por meio de redespacho ou ação topológica, para a correção do problema.

No caso da Precificação Nodal, o MO deve resolver o problema apresentado de (3.1a) - (3.1f), onde a expressão (3.1a) representa o objetivo de minimizar os custos inerentes ao processo de despacho das usinas; a equação (3.1b), por sua vez, consiste no balanço energético do sistema; as restrições (3.1c) - (3.1d) definem as limitações das linhas de transmissão quanto a transferência de potência entre barramentos; e as equações (3.1e)-(3.1f) definem os limites de geração do grupo de usinas a serem despachadas ou não.

$$\text{Min}_{g_i} \sum_{i=1}^N P_i g_i \quad (3.1a)$$

s.t.:

$$\sum_{i=1}^N g_i = \sum_{k=1}^{N_b} d_k \quad : \lambda \quad \forall k \in \Omega_k, \forall l \in \Omega_l \quad (3.1b)$$

$$\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \{g_{i,k} - d_k\} \leq f_{l,\max} \quad : \mu_{\max} \quad \forall i \in \Omega, \forall k \in \Omega_k, \forall l \in \Omega_l \quad (3.1c)$$

$$-\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \{g_{i,k} - d_k\} \leq f_{l,\max} \quad : \mu_{\min} \quad \forall i \in \Omega, \forall k \in \Omega_k, \forall l \in \Omega_l \quad (3.1d)$$

$$g_i \leq g_{i,\max} \quad \forall i \in \Omega \quad (3.1e)$$

$$-g_i \leq -g_{i,\min} \quad \forall i \in \Omega \quad (3.1f)$$

O preço da energia, denominado de Preço Marginal Locacional ou Marginal Locacional Price (LMP) (CALIFORNIA ISO, 2005), é quantificado pela expressão (3.2), composta pelo Custo Marginal da Geração  $\lambda$  ou Marginal Congestion Cost (MCC), que está associado à restrição de balanço energético do sistema, em adição ao Custo Marginal da Transmissão  $\sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \cdot \mu_{\max,l} - \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \cdot \mu_{\min,l}$  ou Marginal Transmission Cost (MTC), associado às restrições que limitam o fluxo de potência nas linhas.

$$\text{LMP}_k = \lambda + \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \cdot \mu_{\max,l} - \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \cdot \mu_{\min,l} \quad (3.2)$$

Onde:

$i$  – Usina do sistema;

$l$  – Linha de transmissão do sistema;

$k$  – Barramento do sistema;

$N$  – Número de usinas;

$N_b$  – Número de barramentos;

$N_l$  – Número de linhas de transmissão;

$\Omega$  – Conjunto de usinas do sistema;

$\Omega_l$  – Conjunto de linhas de transmissão;

$\Omega_k$  – Conjunto de linhas de barramentos;

$\lambda$  – Custo Marginal da Energia ou Marginal Energy Cost (MEC);

$\mu_{\max,l}$  – Sensibilidade da função objetivo a uma variação unitária da restrição de fluxo de potência máximo na linha  $l$ ;

$\mu_{\min,l}$  – Sensibilidade da função objetivo a uma variação unitária da restrição de fluxo de potência mínimo na linha  $l$ ;

- $H_{k,l}$  – PTDF associado ao barramento k e linha l;  
 $LMP_k$  – LMP associado ao barramento k;  
 $d_k$  – Demanda associado ao barramento k;  
 $P_i$  – Preço associado a usina i;  
 $g_i$  – Geração da usina i;  
 $g_{i,max}$  – Limite máximo de geração associado a usina i;  
 $g_{i,min}$  – Limite mínimo de geração associada a usina i.

No caso da Precificação Zonal, o problema matemático a ser solucionado pelo MO é apresentado de (3.3a)-(3.3g). Neste esquema, o objetivo expresso em (3.3a) consiste na minimização dos gastos com despacho de usinas; a restrição (3.3b), por sua vez, consiste na equação de balanço energético para cada uma das  $N_z$  zonas que compõem o sistema; já a restrição (3.3c) expressa que os fluxos entre duas zonas x e x' são iguais em módulo e opostos em sinal; as restrições (3.3d) e (3.3e) limitam os valores máximos de fluxo entre zonas; enquanto as últimas duas restrições (3.3f) e (3.3g) limitam a geração de cada usina.

$$\text{Min}_{g_i} \sum_{i=1}^N P_i g_i \quad (3.3a)$$

s.t.:

$$\sum_{i \in \Omega_{i,x}} g_{i,x} + \sum_{\forall x \& x' \in \Omega_x} FL_{x',x} = \lambda_x \quad \forall i \in \Omega_{i,x}, \forall x \in \Omega_x, \forall x' \in \Omega_x, \quad (3.3b)$$

$$\sum_{k \in \Omega_{k,x}} d_{k,x} \quad \forall k \in \Omega_{k,x}$$

$$FL_{x',x} = -FL_{x,x'} \quad \forall x \in \Omega_x, \forall x' \in \Omega_x \quad (3.3c)$$

$$FL_{x',x} \leq NTC_{x',x} \quad : \mu_{\max,x,x'} \quad \forall x \in \Omega_x, \forall x' \in \Omega_x \quad (3.3d)$$

$$-FL_{x',x} \leq NTC_{x',x} \quad : \mu_{\min,x,x'} \quad \forall x \in \Omega_x, \forall x' \in \Omega_x \quad (3.3e)$$

$$g_i \leq g_{i,max} \quad \forall i \in \Omega \quad (3.3f)$$

$$-g_i \leq -g_{i,min} \quad \forall i \in \Omega \quad (3.3g)$$

Onde:

x – Zona do sistema;

x' – Zona do sistema;

i – Usina do sistema;

k – Carga;

N – Número de usinas;

$\Omega_x$  – Conjuntos de zonas;

- $\Omega_{i,x}$  – Conjunto de usinas  $i$  associadas a zona  $x$ ;
- $\Omega_{k,x}$  – Conjunto de cargas  $k$  associadas a zona  $x$ ;
- $FL_{x',x}$  – Fluxo de potência entre as zonas  $x'$  e  $x$ ;
- $NTC_{x',x}$  – Capacidade de transferência entre as zonas  $x'$  e  $x$ ;
- $\lambda_x$  – Preço Marginal Zonal ou Zonal Marginal Price (ZMP) associado a zona  $x$ ;
- $\mu_{\max,x,x'}$  – Sensibilidade da função objetivo a uma variação unitária da restrição de fluxo de potência máximo entre as zonas  $x'$  e  $x$ ;
- $\mu_{\min,x,x'}$  – Sensibilidade da função objetivo a uma variação unitária da restrição de fluxo de potência mínimo entre as zonas  $x'$  e  $x$ .

## 3.4. APLICAÇÃO DE TEORIA DOS JOGOS EM MERCADOS DE ENERGIA

### 3.4.1. TEORIA DOS JOGOS

Nos mercados em geral surgem diversas situações em que agentes de um determinado grupo devem tomar decisões que, além de afetar aos seus interesses próprios, podem, também, afetar aos interesses de outros agentes, tanto de forma positiva como negativa. Neste contexto, pode-se destacar exemplos como: atuação de empresas em mercados oligopolistas, oferta estratégica em pools e negociações para definição de contratos. Para análise destes casos, a Teoria dos Jogos se mostra uma ferramenta poderosa devido a sua linguagem matemática que permite a modelagem dos processos de tomada de decisão sob condições de conflito. Basicamente, a simulação desse processo é realizada através de um *jogo* dotado de um conjunto finito de *jogadores*, que definem seus *perfis de estratégia* a fim de maximizar ou minimizar uma *função objetivo* pessoal. Dependendo da estrutura adotada, e do conjunto de informações consideradas, é possível definir e classificar os jogos e seus elementos da seguinte forma:

- i. **Jogo:** é a descrição matemática formal do processo de tomada de decisão;
- ii. **Jogadores:** são os agentes que participam do jogo e que tomam decisões, podendo, assim, influenciar no resultado do jogo;
- iii. **Perfil de Estratégia:** é o conjunto de decisões tomadas por um jogador a fim de realizar um objetivo;

- 
- iv. Jogos de Informação Completa e Incompleta: a primeira classificação é relativa aos jogos em que o a função objetivo de cada jogador é de comum conhecimento de todos, caso algum dos jogadores desconheça ou esteja incerto a respeito de alguma destas funções, o jogo é, então, classificado como de informação incompleta;
  - v. Jogos Cooperativos e Jogos Não-Cooperativos: o primeiro deles trata de situações em que é possível a comunicação entre os agentes, de forma que, seja praticável o ajuste das decisões entre as partes. Já no caso de jogos não-cooperativos, os agentes tomam decisões isoladamente, ou seja, sem coordenação;
  - vi. Jogos Estáticos e Jogos Dinâmico: jogos em que os agentes atuam sequencialmente, ou que o processo de tomada de decisão ocorre em mais de uma rodada, são classificados como dinâmicos. Já os jogos em que as decisões são tomadas simultaneamente, e em uma rodada, são classificados como estáticos;
  - vii. Estratégia Mista e Estratégia Pura: estratégias associadas a uma distribuição de probabilidades são classificadas como mistas, enquanto aquelas com probabilidade unitária são classificadas como puras;

A aplicação de Teoria dos Jogos para a simulação de mercados de energia possui dois principais objetivos: a identificação de situações não-competitivas no mercado e prover suporte no processo de tomada de decisão de agentes que atuam ofertando energia. No primeiro caso o MO utiliza esta ferramenta para identificar as situações em que agentes do mercado exercem *Poder de Mercado*, que, segundo Shahidehpour *et al.* (2002), manifesta-se quando uma GENCO executa práticas não competitivas, por meio de ação independente ou através de associações com outros agentes, sendo que tais prática são possíveis devido ao controle de uma parcela significativa das usinas de geração. Já no segundo caso, as GENCOs que participam do mercado de energia fazem uso do Jogo de Transação de Energia, isto é, uma competição para a maximização de payoff, onde as decisões tomadas pelos agentes são tratadas como estratégias. Neste jogo, há, basicamente, duas formas possíveis para obtenção da maximização de payoff, através da ação não-cooperativa, em que cada um dos agentes define sua estratégia enquanto os outros tentam identificar a melhor resposta, ou ação cooperativa, em que os agentes formam acordos para ação coordenada. A Figura 3.3 apresenta um esquema de como os agentes ofertantes podem atuar estrategicamente tanto na firmação de contratos como em um Pool.

---

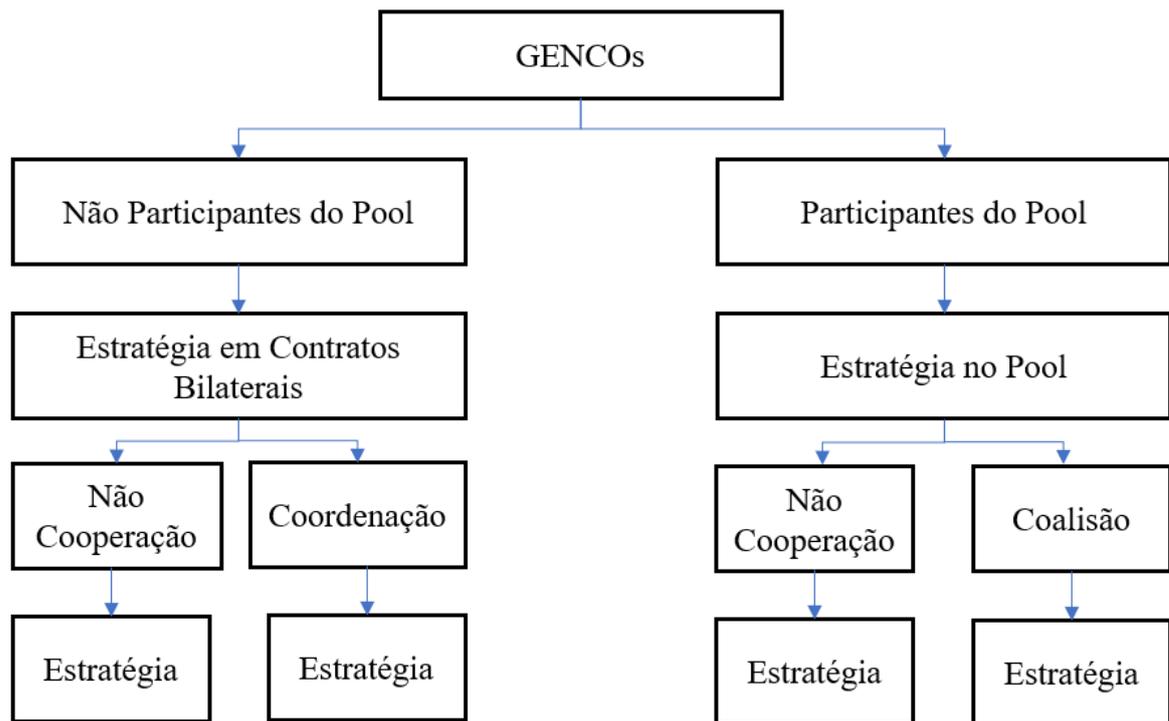


Figura 3.3 - Comportamento estratégico de GENCOs.

Fonte: Modificado de Shahidehpour (2002).

Classicamente há três jogos que são amplamente aplicados na análise de situações competitivas: os jogos de Cournot, Bertrand e Stackelberg. Eles são jogos não-cooperativos com capacidade de simular mercados de concorrência perfeita, monopólios e oligopólios, em que atuam agentes que agem simultaneamente, como no caso de Cournot e Bertrand, ou sequencialmente, como no caso de Stackelberg.

### 3.4.2. JOGO DE COURNOT

Antoine-Augustin Cournot (BRITANNICA, 2018) foi um economista e matemático francês responsável pelo início da formalização matemática de conceitos econômicos como demanda, oferta e preço. Dentre suas contribuições, destacam-se os modelos matemáticos de mercados de concorrência perfeita, oligopólios e monopólios que, até hoje, são utilizados em simulações econômicas das mais simples até as mais complexas. O Oligopólio de Cournot, ou Jogo de Cournot, é um modelo que simula um mercado em que cada indivíduo, de um grupo finito de agentes econômicos, atua ofertando a produção de um determinado bem. Neste esquema, as ofertas são feitas de forma simultânea sob a premissa de que os agentes têm

conhecimento da racionalidade de cada indivíduo de seu grupo, da função que rege o preço do bem comercializado, assim como dos custos variáveis relativos à produção do bem. A seguir é exemplificado, por meio de um modelo generalizado e simples, o funcionamento de um Jogo de Cournot.

Considere um oligopólio dominado por  $n$  agentes econômicos que objetivam maximizar seus lucros de forma não-cooperativa. Suas variáveis de decisão são  $q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_{n-1}, q_n$ , que representam a produção de um determinado produto homogêneo ofertado no mercado. Se o preço do produto for regido pela função linear de demanda inversa  $P = a - b(q_1 + q_2, \dots, q_i, \dots, +q_{n-1} + q_n)$ , onde  $a$  e  $b$  são constantes, então, o objetivo do agente econômico  $i$  pode ser formulado como  $u_i = \text{Max}_{q_i} [a - b(q_1 + q_2, \dots, q_i, \dots, +q_{n-1} + q_n) - c]q_i$ , onde  $c$  representa o custo variável do bem produzido. Derivando as funções objetivo dos produtores, com relação às respectivas variáveis estratégicas, são obtidas as curvas de reação dos agentes que, de forma generalizada, são expressas por:  $\frac{du_i}{dq_i} = a - bq_1 - bq_2 +, \dots, -2bq_i +, \dots, -bq_{n-1} - bq_n - c = 0 \rightarrow q_i = \frac{a - bq_1 - bq_2 +, \dots, -bq_{n-1} - bq_n - c}{2b}$ . Por meio desta expressão, é perceptível que o interesse de um agente é diretamente afetado pelas decisões tomadas pelos seus concorrentes. Cournot estabeleceu que o resultado desse oligopólio, também denominado Ponto de Cournot, seria obtido pela resolução do sistema de equações formado pelas funções  $\frac{du_i}{dq_i} = 0$  associadas aos agentes econômicos, o que resulta nas expressões  $q_i = \frac{a-c}{(n+1)b}$  e  $P = \frac{a+nc}{n+1}$ .

A avaliação do Ponto de Cournot mostra que a quantia ótima ofertada e o preço do bem no mercado são determinados de acordo com a quantidade de agentes econômicos que compõem o grupo, com uma clara redução da participação dos agentes com o aumento do grupo dos ofertantes. Além disso, é interessante notar que se conduzirmos o número de agentes a um valor que atomize o mercado, o preço da energia tenderá ao valor do custo variável das usinas:

$$P_{n \rightarrow \infty} = \frac{a/n+c}{1+1/n} = c, \text{ resultado característico de um mercado de concorrência perfeita;}$$

### 3.4.3. JOGO DE BERTRAND

Em 1883, o matemático Joseph Bertrand (BRITANNICA, 2018) desenvolveu um modelo de duopólio similar ao já estabelecido por Cournot, com a diferença de que os agentes econômicos adotam o preço, em vez da produção, como variável de oferta estratégica. Neste

modelo, pode-se considerar duas variações baseadas na homogeneidade do produto comercializado. Na primeira variação, considera-se um mercado com produtos homogêneos, em que os produtores podem apresentar custos marginais de produção idênticos ou diferentes. Já na segunda variação, considera-se que produtores distintos ofertam produtos com características distintas, ou seja, produtos heterogêneos.

**Duopólio de Bertrand com Produtos Homogêneos:** para um grupo formado por duas empresas  $i$  e  $j$ , que produzem o mesmo produto com custos marginais de produção iguais  $c_i$  e  $c_j$ , observa-se que as curvas de demanda das empresas  $i$  e  $j$ ,  $q_i(p_i, p_j)$  e  $q_j(p_i, p_j)$  são dadas por

$$q_i(p_i, p_j) = \begin{cases} q(p_i), & p_i < p_j \\ \frac{q(p_i)}{2}, & p_i = p_j \\ 0, & p_i > p_j \end{cases} \quad \text{e} \quad q_j(p_i, p_j) = \begin{cases} q(p_j), & p_j < p_i \\ \frac{q(p_j)}{2}, & p_j = p_i \\ 0, & p_j > p_i \end{cases}, \text{ e seus objetivos expressos por}$$

$\text{Max}_{p_i}(p_i - c_i)q_i(p_i, p_j)$  e  $\text{Max}_{p_j}(p_j - c_j)q_j(p_i, p_j)$ . Neste modelo, observa-se que o fato do bem ser homogêneo faz com que os consumidores escolham os seus vendedores apenas com base no preço ofertado, o que leva ao seguinte comportamento estratégico: se a empresa  $i$  ofertar um preço inferior a empresa  $j$ , todos os consumidores passam a comprar de  $i$ , no entanto, se a empresa  $j$  responder à ação da empresa  $i$  por meio de uma redução significativa do seu preço, a empresa  $i$ , então, perderá todo o seu mercado para a empresa  $j$ . O equilíbrio deste jogo, que se desenvolve entre os ofertantes, é atingido quando os dois agentes valoram o bem homogêneo em questão com base no custo marginal de produção.

Quando há diferença entre os custos marginais de produção dos agentes, observa-se que a empresa  $i$  mais eficiente, isto é, a empresa detentora do menor custo marginal de produção, tende a capturar todo o mercado, ofertando seu produto ao preço, contido no intervalo  $c_j > p_i \geq c_i$ , que maximiza seu payoff como monopolista.

**Duopólio de Bertrand com Produtos Heterogêneos:** neste modelo os agentes  $i$  e  $j$  têm sua produção modelada por  $q_i = (a - p_i + bp_j)$  e  $q_j = (a - p_j + bp_i)$ , onde  $b$  representa o quanto o aumento do preço do produto ofertado pelo concorrente afeta a produção de um determinado agente do mercado. O objetivo dos agentes, que consiste na maximização de payoff, é modelada como  $\text{Max}_{p_i}(p_i - c_i)q_i(p_i, p_j)$  e  $\text{Max}_{p_j}(p_j - c_j)q_j(p_i, p_j)$ , que, quando derivadas com relação às respectivas variáveis estratégicas, originam as curvas de reação dos agentes, que são expressas por:  $\frac{du_i}{dp_i} = a - 2p_i + bp_j + c = 0 \rightarrow p_i = \frac{a+bp_j+c}{2}$  e  $\frac{du_j}{dp_j} = a - 2p_j + bp_i + c = 0 \rightarrow p_j = \frac{a+bp_i+c}{2}$ . No ponto de equilíbrio, os preços ofertados são  $p_i = p_j =$

$\frac{a+c}{2-b}$ , enquanto as produções são expressa por  $q_i = q_j = \frac{a+bc-c}{2-b}$ .

#### 3.4.4. JOGO DE STACKELBERG

Em 1934, o grande economista alemão Heinrich Freiherr Von Stackelberg publicou seu principal trabalho intitulado Estrutura e Equilíbrio de Mercado (Marktform und Gleichgewicht) em que apresenta uma nova formulação matemática para duopólios. Seu modelo incorpora os conceitos de concorrência por quantidades e função demanda inversa, oriundos de Cournot, diferindo, apenas, pela introdução do conceito de assimetria entre agentes. Neste esquema, os agentes envolvidos tomam decisões em momentos diferentes, o que qualifica o Duopólio de Stackelberg como um modelo dinâmico e não estático como acontece com os modelos de Cournot e Bertrand.

Os agentes econômicos do Duopólio de Stackelberg podem ser classificados, dependendo da ordem em que tomam decisões, como líder ou seguidor. O agente líder, a fim de tomar maior vantagem, estabelece estratégias que levam em consideração a premissa de que o agente seguidor primeiramente observa suas decisões para, em seguida, tomar suas próprias decisões. A fim de exemplificar o jogo, considere um duopólio em que a função de oferta ótima do agente seguidor, proveniente do modelo de Cournot, é expressa por  $q_2 = \frac{a-bq_1-c}{2b}$ , ela estabelece a reação do seguidor a qualquer oferta realizada pelo líder. O líder, por sua vez, tendo conhecimento antecipado da resposta do agente seguidor a qualquer decisão que possa tomar, reformula seu objetivo da seguinte forma  $u_1 = \text{Max}_{q_1} \left[ a - b \left( q_1 + \frac{a-bq_1-c}{2b} \right) - c \right] q_1$ , cuja solução corresponde a  $q_1 = \frac{a-c}{2b}$ , enquanto a produção do seguidor é expressa por  $q_2 = \frac{a-c}{4b}$  e o preço é dado por  $P = \frac{a+2c}{4}$ .

Os resultados mostram que, devido a sua vantagem estratégica, o líder consegue obter um payoff duas vezes maior que o do seguidor, fato que caracteriza o resultado do Duopólio de Stackelberg como um ponto de equilíbrio assimétrico. Quando este modelo é comparado ao Duopólio de Cournot, é notável que, apesar da assimetria inerente ao modelo e da existência de maior poder por parte do líder, o preço definido no Duopólio de Stackelberg é sempre menor ou igual ao de Cournot.

### 3.5. CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentado um breve histórico de como foi introduzida a competição no SEB, destacando os primeiros mercados formados até a estrutura atual que contempla dois ambientes de contratação, o ACR e o ACL, e um mercado spot do tipo Tight-Pool cuja formação de preço é realizada pelo modelo Newave e Decomp. Em seguida foram apresentados os tipos de mercados de energia mais comuns, os agentes que atuam e como pode ser realizada a formação do preço spot. Por fim, foi introduzido como a Teoria dos Jogos pode ser aplicada para a avaliação de mercados de energia e como os produtores podem utiliza-la como ferramenta no processo de tomada de decisão.

No próximo capítulo serão construídos os modelos matemáticos baseados em Teoria dos Jogos para a avaliação das questões levantadas nesta dissertação

---

---

# CAPÍTULO 4

## MODELAGEM MATEMÁTICA

### 4.1. INTRODUÇÃO

A modelagem matemática do comportamento de agentes estrategistas é um problema que vem ganhando notoriedade com a liberalização dos mercados de energia elétrica. A formulação matemática deste problema de tomada de decisão dos agentes produtores em um ambiente competitivo deve levar em consideração vários fatores tais como a arquitetura do mercado do qual participa, a atuação estratégica dos competidores que possuem capacidade de exercer poder de mercado, a contribuição do conjunto de agentes satélites, assim como as restrições inerentes à linhas de transmissão e usinas. O objetivo deste capítulo é apresentar os modelos matemáticos desenvolvidos para a simulação do comportamento estratégico de produtores em um mercado oligopolista a curto prazo e, também, um novo modelo de negociação multilateral entre os agentes detentores de UHEs na mesma cascata. Na seção 4.2. são apresentadas as premissas consideradas na formulação do Jogo de Stackelberg que simula o comportamento estratégico de produtores em um Loose-Pool. Na seção 4.3 serão apresentados os conceitos necessários para o entendimento da estratégia de solução do modelo proposto para análise do comportamento estratégico no Loose-Pool, assim como as etapas necessárias para sua reformulação. Em seguida, na seção 4.4. é apresentada a metodologia utilizada para a resolução do problema de equilíbrio de mercado com vários agentes estrategistas atuando ao mesmo tempo. Na seção 4.5. são apresentadas as premissas consideradas no processo de formulação de um modelo matemático capaz de descrever um mecanismo de mercado em que os agentes de uma mesma cascata possam negociar multilateralmente. E por fim, na seção 4.6. será apresentada a metodologia para resolução do problema de negociação multilateral entre agentes detentores de UHEs em cascata.

---

## 4.2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE ATUAÇÃO ESTRATÉGICA EM UM LOOSE-POOL

Considere um sistema hidrotérmico formado por usinas geradoras de energia elétrica pertencentes a um conjunto de produtores. Cada agente detém seu próprio conjunto de UTEs e/ou UHEs convencionais ou a fio d'água e em cascata ou não. Se um ambiente competitivo e racional é estabelecido, então, cada produtor busca maximizar sua função objetivo, ou utilidade, levando em consideração o comportamento estratégico de seus concorrentes. O ambiente de competição estabelecido aqui segue o modelo de um mercado do tipo Loose-Pool, onde as variáveis estratégicas são as ofertas de pares preço/potência. Além disso, as firmas que atuam no oligopólio também devem considerar, em seus respectivos modelos, as restrições elétricas do sistema e a presença de um MO que visa minimizar o custo de compra de energia no pool.

### 4.2.1. CARACTERIZAÇÃO DO JOGO

Em um mercado oligopolista, formado por firmas detentoras de usinas hidrelétricas e termoelétricas, é verificado o acoplamento temporal entre as decisões tomadas pelas firmas detentoras de hidrelétricas nos vários estágios do horizonte considerado. O objetivo a longo prazo destas firmas é o de maximizar a função utilidade que incorpora todos os estágios de operação. Para alcançar seus objetivos, cada firma deve agir de forma estratégica e ter em mente que seus concorrentes também o farão. Devido a este padrão no comportamento das firmas é possível afirmar que há jogos se desenvolvendo no ambiente competitivo formado. O modelo desenvolvido para descrever o comportamento dos agentes neste ambiente é baseado num conjunto de hipóteses enumeradas a seguir:

- i. Os agentes econômicos que interagem no mercado são classificados como produtores, eles buscam saciar suas necessidades por lucro de forma não-cooperativa, ou seja, sem formar conluios;
- ii. O mercado de energia é classificado como imperfeito, pois cada participante que age estrategicamente possui a capacidade de afetar o preço por meio de suas decisões;
- iii. Todos os agentes envolvidos agem com racionalidade, ou seja, suas decisões são

tomadas de forma a aumentar o benefício próprio por meio da definição de estratégias. Daí surge o conceito de agente otimizador, que busca pontos ótimos de operação dado seu objetivo no jogo.

- iv. Não há diferença entre o produto ofertado por uma empresa com relação ao produto ofertado pela sua concorrente, portanto, ele é classificado como produto homogêneo;
- v. Todos os agentes produtores possuem informações completas a respeito das preferências, características e objetivos de seus adversários, o que caracteriza um jogo de informação completa. Ou seja, assume-se que as informações de cunho confidencial, como a curva de custo operacional, foram previamente estimadas por cada player para cada um de seus adversários.

Devido a estrutura hierarquizada do mercado Loose-Pool, a interação entre os agentes estrategistas e o MO é modelada por meio de um Jogo de Stackelberg, em que o produtor age primeiro, definindo seu perfil de ofertas estratégicas, e, em seguida, o MO determina quanto e quando cada usina contribuirá para o suprimento da carga do sistema. Neste jogo, o produtor toma suas decisões levando em consideração o comportamento do MO frente ao conjunto de ofertas dos seus concorrentes, ou seja, no seu problema de tomada de decisão é considerada a *reação* do MO frente ao perfil de estratégias de todo o grupo. Quando há mais de um agente estrategista no mercado, também é necessário levar em consideração a interação entre todos os agentes, pois o mecanismo de formação de preço do Loose-Pool é fundamento nas ofertas de todo o grupo. A representação desta competição é feita através de um Jogo de Nash, cuja solução consiste no ponto em que nenhuma agente estrategista se sente motivado a alterar suas ofertas.

Conforme foi descrito anteriormente no trabalho de Rangel (200?), outra formulação possível para o estudo do comportamento estratégico de agentes com usinas em cascata seria por meio da aplicação de um jogo de Stackelberg, em que o agente líder seria aquele que controla a usina de cabeceira enquanto o seguidor seria o agente controlador da usina seguinte. Neste tipo de formulação não é possível representar o MO e o mecanismo de formação do preço, sendo, portanto, a representação apresentada no parágrafo anterior, e já realizada nos trabalhos de Almeida e Conejo (2013), Cicconete (2013), Pereira *et al.* (2005) e Moiseeva e Hesamzadeh (2018), mais conveniente.

### 4.2.2. MODELO MATEMÁTICO

O modelo que descreve o comportamento de cada produtor é expresso de (4.1a) - (4.2m). Em (4.1a), a função payoff do agente estrategista é composta pela soma de três termos: o primeiro termo consiste nos ganhos obtidos através do Loose-Pool, onde a remuneração é dada em função da energia vendida e valorada com base no LMP cuja expressão expandida é  $\lambda_t - \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \cdot \mu_{\max,l,t} + \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \cdot \mu_{\min,l,t}$ ; o segundo termo, por sua vez, valora a energia armazenada nos reservatórios ao final do último estágio, onde a precificação é realizada por meio de um parâmetro exógeno  $\kappa$ ; o terceiro termo, por fim, representa os ganhos com contratos de venda da energia  $GC_i$  precificada por  $PC_i$ . De (4.1b) a (4.1e), respectivamente, tem-se as restrições de oferta máxima e mínima de geração e preço, que são expressas em função do conjunto de variáveis estratégicas  $\sigma = \{\hat{g}_{h,i,t}, \hat{p}_{h,i,t}\} \forall t \text{ e } i \in \Omega_h$ . Em (4.2a), a função objetivo do problema escravo define o despacho por ordem de mérito estabelecido pelo MO em função das variáveis definidas pelo conjunto  $v = \{vr_{i,t}, vt_{i,t}, vv_{i,t}, g_{t,j,t}\} \forall t, i \in \Omega_h \text{ e } j \in \Omega_t$ , esta expressão também considera o desconto associado a parcela da geração de cada usina já comprometida por meio de contratos. Em (4.2b) e (4.2c), respectivamente, tem-se as equações de balanço hídrico para cada UHE e balanço energético do sistema. Já as inequações (4.2d) e (4.2e) representam as limitações de fluxo de potência da rede elétrica, que são estabelecidas utilizando a matriz de PTDFs. Por fim, as inequações (4.2f) - (4.2m) definem os valores mínimos e máximos das variáveis de decisão do MO. Além disso, também são apresentadas as variáveis duais associadas ao problema escravo:  $\chi = \{\gamma_{i,t}, \lambda_t, \mu_{i,t,\max}, \mu_{i,t,\min}, \epsilon_{i,t,\max}, \epsilon_{i,t,\min}, \rho_{i,t,\max}, \rho_{i,t,\min}, \tau_{i,t,\max}, \tau_{i,t,\min}, \xi_{j,t,\max}, \xi_{j,t,\min}\} \forall t, \forall i \in \Omega_h, j \in \Omega_t$ .

$$\text{Max}_{\hat{g}_{h,i,t}, \hat{p}_{h,i,t}} \left\{ \left( \sum_{t=1}^T [LMP_{k,t}] \eta_i [vt_{i,t}] - \sum_{t=1}^T b_i \eta_i [vt_{i,t}] \right) + \frac{\eta_i \kappa}{\zeta_T} ([vr_{i,T}] - vr_{i,\min}) + \sum_{t=1}^T GC_i (PC_i - [LMP_{k,t}]) \right\} \quad i \in \Omega_h \quad (4.1a)$$

s.t.:

$$\begin{aligned} \left[ \hat{g}_{h,i,t} \right] & \leq g_{h,i,t,\max} & \forall i \in \Omega_h & \quad (4.1b) \\ & (= \eta_i vt_{i,\max} - GC_i) \end{aligned}$$

$$- \left[ \hat{g}_{h,i,t} \right] \leq -g_{h,i,t,\min} \quad \forall i \in \Omega_h \quad (4.1c)$$

$$\left[ \hat{p}_{h,i,t} \right] \leq p_{h,i,t,\max} \quad \forall i \in \Omega_h \quad (4.1d)$$

$$-\left[ \hat{p}_{h,i,t} \right] \leq -p_{h,i,t,\min} \quad \forall i \in \Omega_h \quad (4.1e)$$

Onde:  $\forall r_{i,t}, \forall v_{i,t}, \forall v_{i,t}, \forall g_{t,j,t} \quad \forall i \in \Omega_h, \forall j \in \Omega_t$

$$\text{ArgMin}_{\forall r_{i,t}, \forall v_{i,t}, \forall v_{i,t}, \forall g_{t,j,t}} \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^{N_h} \left[ \hat{p}_{h,i,t} \right] \eta_i [v_{i,t}] - \sum_{i=1}^{N_h} \left[ \hat{p}_{h,i,t} \right] GC_i + \sum_{j=1}^{N_t} \left[ \hat{p}_{t,j,t} \right] \left[ g_{t,j,t} \right] \right\} \quad (4.2a)$$

s.t.:

$$\left[ vr_{i,t} \right] - \left[ vr_{i,t-1} \right] + \zeta_t [vt_{i,t}] + \zeta_t [vv_{i,t}] - \sum_{i' \in \Omega_i^{up}} \{ \zeta_t [vt_{i',t}] + \zeta_t [vv_{i',t}] \} = vi_{i,t} \quad : \gamma_{i,t} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h, \forall i' \in \Omega_h \quad (4.2b)$$

$$\sum_{k=1}^{N_b} \eta_i [vt_{i,k,t}] + \sum_{k=1}^{N_b} [g_{t,i,k,t}] = \sum_{k=1}^{N_b} d_{k,t} \quad : \lambda_t \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h, \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k \quad (4.2c)$$

$$\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \left\{ \eta_i [vt_{i,k,t}] + [g_{t,j,k,t}] - d_{k,t} \right\} \leq fl_{l,\max} \quad : \mu_{l,t,\max} \quad \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k, \forall l \in \Omega_l \quad (4.2d)$$

$$-\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \left\{ \eta_i [vt_{i,k,t}] + [g_{t,j,k,t}] - d_{k,t} \right\} \leq fl_{l,\max} \quad : \mu_{l,t,\min} \quad \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k, \forall l \in \Omega_l \quad (4.2e)$$

$$\left[ vr_{i,t} \right] \leq vr_{i,\max} \quad : \varepsilon_{i,t,\max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.2f)$$

$$-\left[ vr_{i,t} \right] \leq -vr_{i,\min} \quad : \varepsilon_{i,t,\min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.2g)$$

$$\eta_i [vt_{i,t}] \leq \left[ \hat{g}_{h,i,t} \right] + GC_i \quad : \rho_{i,t,\max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.2h)$$

$$-\eta_i [vt_{i,t}] \leq -GC_i \quad : \rho_{i,t,\min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.2i)$$

$$\left[ vv_{i,t} \right] \leq vv_{i,\max} \quad : \tau_{i,t,\max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.2j)$$

$$-\left[ vv_{i,t} \right] \leq -vv_{i,\min} \quad : \tau_{i,t,\min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.2k)$$

$$\left[ g_{t,j,t} \right] \leq \left[ \hat{g}_{t,j,t} \right] \quad : \xi_{j,t,\max} \quad \forall t, \forall j \in \Omega_t \quad (4.2l)$$

$$-\left[ g_{t,j,t} \right] \leq -g_{t,j,\min} \quad : \xi_{j,t,\min} \quad \forall t, \forall j \in \Omega_t \quad (4.2m)$$

O modelo apresentado quando reformulado como um único problema de programação tem a forma de um Problema Matemático com Restrições de Equilíbrio, ou Mathematical Problem with Equilibrium Constraints (MPEC), em que cada agente estrategista é proprietário de apenas uma única UHE ( $i$ ).

Onde:

[.] – Indicador de Variáveis;

$N_h$  – Número de UHEs;

$N_t$  – Número de UTEs;

$N_b$  – Número de barramentos;

$N_l$  – Número de linhas;

$T$  – Número de estágios;

$i$  – Índice associado às UHEs do sistema ( $i = 1, \dots, N_h$ );

$j$  – Índice associado às UTEs do sistema ( $j = 1, \dots, N_t$ );

$l$  – Índice associado às linhas de transmissão do sistema elétrico ( $l = 1, \dots, N_l$ );

$k$  – Índice associado aos barramentos do sistema elétrico ( $k = 1, \dots, N_b$ );

$t$  – Estágio ( $t = 1, \dots, T$ );

$\Omega_h$  – Conjunto das UHEs;

$\Omega_t$  – Conjunto das UTEs;

$\Omega_k$  – Conjunto de barramentos;

$\Omega_l$  – Conjunto de linhas de transmissão;

$\Omega_i^{up}$  – Conjunto das UHEs a montante da UHE  $i$ ;

$\Omega_i^{down}$  – Conjunto das UHEs a jusante da UHE  $i$ ;

$\hat{g}_{h_i,t}$  – Oferta de energia associada a UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$\hat{p}_{h_i,t}$  – Oferta de preço associada a UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$\hat{g}_{t,j}$  – Oferta de energia associada a UTE  $j$  no estágio  $t$ ;

$\hat{p}_{t,j,t}$  – Oferta de preço associada a UTE  $j$  no estágio  $t$ ;

$b_i$  – Custo variável da UHE  $i$ ;

$vr_{i,t}$  – Volume do reservatório da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$vt_{i,t}$  – Vazão turbinada pela UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$vv_{i,t}$  – Vazão vertida pela UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$vi_{i,t}$  – Vazão natural incremental a UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$g_{t,j,t}$  – Geração despachada pela UTE  $j$  no estágio  $t$ ;

$\gamma_{i,t}$  – Variável dual associada a equação de balanço hídrico da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$\lambda_t$  – Variável dual associada à equação de balanço energético no estágio  $t$ ;

$\mu_{l,t,max}$  – Variável dual associada a inequação de fluxo de potência máximo na linha de transmissão  $l$  no estágio  $t$ ;

$\mu_{l,t,min}$  – Variável dual associada a inequação de fluxo de potência mínimo na linha de transmissão  $l$  no estágio  $t$ ;

$\varepsilon_{i,t,max}$  – Variável dual associada à inequação de volume máximo do reservatório da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$\varepsilon_{i,t,min}$  – Variável dual associada à inequação de volume mínimo do reservatório da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$\rho_{i,t,max}$  – Variável dual associada à inequação de vazão turbinada máxima da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$\rho_{i,t,min}$  – Variável dual associada à inequação de vazão turbinada mínima da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$\tau_{i,t,max}$  – Variável dual associada à inequação de vazão vertida máxima da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$\tau_{i,t,min}$  – Variável dual associada à inequação de vazão vertida mínima da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$\xi_{j,t,max}$  – Variável dual associada a inequação de geração termelétrica máxima da UTE  $j$  no estágio  $t$ ;

- $\xi_{j,t,\min}$  – Variável dual associada a inequação de geração termelétrica mínima da UTE  $j$  no estágio  $t$ ;
- $d_{k,t}$  – Demanda no barramento  $k$  e estágio  $t$ ;
- $H_{l,k}$  – PTDF associado a linha  $l$  e barramento  $k$ ;
- $\eta_i$  – Coeficientes de produção da hidrelétrica  $i$  [ $\text{MW}/(\text{m}^3/\text{s})$ ];
- $\zeta_t$  – Multiplicador volumétrico-temporal do estágio  $t$  [ $(\text{m}^3/\text{s}) \gg (\text{hm}^3/\text{d})$ ];
- $g_{h,i,t,\max}$  – Geração hidrelétrica máxima da UHE  $i$ , no estágio  $t$ ;
- $g_{h,i,t,\min}$  – Geração hidrelétrica mínima da UHE  $i$ , no estágio  $t$ ;
- $p_{h,i,t,\max}$  – Oferta de preço máxima associada a UHE  $i$  no estágio  $t$ ;
- $p_{h,i,t,\min}$  – Oferta de preço mínima associada a UHE  $i$  no estágio  $t$ ;
- $f_{l,\max}$  – Fluxo de potência máximo da linha de transmissão  $l$ ;
- $v_{r,i,\max}$  – Volume máximo do reservatório da UHE  $i$ ;
- $v_{r,i,\min}$  – Volume mínimo do reservatório da UHE  $i$ ;
- $v_{v,i,\max}$  – Volume vertido máximo da UHE  $i$ ;
- $v_{v,i,\min}$  – Volume vertido mínimo da UHE  $i$ ;
- $g_{tj,\min}$  – Geração termelétrica mínima da UTE  $j$ ;
- $PC_i$  – Preço da energia contratada por meio de contratos associados a UHE  $i$ ;
- $GC_i$  – Geração alocada a contratos de venda associados a UHE  $i$  [ $\text{MWh}$ ];
- $\kappa$  – Preço futuro da energia [ $\text{R}\$/\text{MWh}$ ].

## 4.3. TRATAMENTO MATEMÁTICO DO MPEC

### 4.3.1. FORMULAÇÃO MATRICIAL

Visando a simplificação do processo de reformulação matemática que será realizado nas próximas subseções, o problema proposto no final da subseção anterior é reescrito de forma

matricial, conforme segue:

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{\hat{g}_h, \hat{p}_h} [\lambda - \mathbf{e}_H^t \text{diag}(\mathbf{H}_k) \boldsymbol{\mu}_{\max} + \mathbf{e}_H^t \text{diag}(\mathbf{H}_k) \boldsymbol{\mu}_{\min}]^t \text{diag}(\boldsymbol{\eta}_i) [\mathbf{v}_t] + \mathbf{GC}_i^t (\mathbf{PC}_i \\ & [\lambda - \mathbf{e}_H^t \text{diag}(\mathbf{H}_k) \boldsymbol{\mu}_{\max} + \mathbf{e}_H^t \text{diag}(\mathbf{H}_k) \boldsymbol{\mu}_{\min}]) - \mathbf{b}_i^t \text{diag}(\boldsymbol{\eta}_i) [\mathbf{v}_t] + \frac{\eta_{iK}}{\zeta_T} ([\mathbf{v}_{r,T}] - \\ & \mathbf{v}_{r,\min}) \quad i \in \Omega_h \end{aligned} \quad (4.3a)$$

Sujeito a:

$$[\hat{\mathbf{g}}_h] \leq \mathbf{g}_{h,\max} \quad \forall i \in \Omega_h \quad (4.3b)$$

$$-[\hat{\mathbf{g}}_h] \leq -\mathbf{g}_{h,\min} \quad \forall i \in \Omega_h \quad (4.3c)$$

$$[\hat{\mathbf{p}}_h] \leq \mathbf{p}_{h,\max} \quad \forall i \in \Omega_h \quad (4.3d)$$

$$-[\hat{\mathbf{p}}_h] \leq -\mathbf{p}_{h,\min} \quad \forall i \in \Omega_h \quad (4.3e)$$

Onde:  $\mathbf{v}_r, \mathbf{v}_t, \mathbf{v}_v, \mathbf{g}_t \quad \forall i \in \Omega_h, \forall j \in \Omega_t$

$$\text{ArgMin}_{\mathbf{v}_r, \mathbf{v}_t, \mathbf{v}_v, \mathbf{g}_t} \{[\hat{\mathbf{p}}_h]^t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}}) [\mathbf{v}_t] - \mathbf{GC}^t [\hat{\mathbf{p}}_h] + [\hat{\mathbf{p}}_t]^t [\mathbf{g}_t]\} \quad (4.4a)$$

s.t.:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{V}}_r [\mathbf{v}_r] + \hat{\mathbf{V}}_t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\zeta}}) [\mathbf{v}_t] + \\ \hat{\mathbf{V}}_v \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\zeta}}) [\mathbf{v}_v] \end{aligned} = \mathbf{v}_i \quad : \boldsymbol{\gamma} \quad \begin{aligned} \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall i' \in \Omega_h \end{aligned} \quad (4.4b)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_h^t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}}) [\mathbf{v}_t] + \hat{\mathbf{e}}_t^t [\mathbf{g}_t] = \hat{\mathbf{e}}_d^t \mathbf{d} \quad : \boldsymbol{\lambda} \quad \begin{aligned} \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k \end{aligned} \quad (4.4c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\{\tilde{\mathbf{e}}_h^t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}}) [\mathbf{v}_t] + \tilde{\mathbf{e}}_t^t [\mathbf{g}_t] - \mathbf{d}\} \leq \mathbf{f}_{l,\max} \quad : \boldsymbol{\mu}_{\max} \quad \begin{aligned} \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k, \\ \forall s \in \Omega_s, \forall l \in \Omega_l \end{aligned} \end{aligned} \quad (4.4d)$$

$$\begin{aligned} -\mathbf{H}\{\tilde{\mathbf{e}}_h^t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}}) [\mathbf{v}_t] + \tilde{\mathbf{e}}_t^t [\mathbf{g}_t] - \mathbf{d}\} \leq \mathbf{f}_{l,\max} \quad : \boldsymbol{\mu}_{\min} \quad \begin{aligned} \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k, \\ \forall l \in \Omega_l \end{aligned} \end{aligned} \quad (4.4e)$$

$$[\mathbf{v}_r] \leq \mathbf{v}_{r,\max} \quad : \boldsymbol{\varepsilon}_{\max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.4f)$$

$$-[\mathbf{v}_r] \leq -\mathbf{v}_{r,\min} \quad : \boldsymbol{\varepsilon}_{\min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.4g)$$

$$\begin{aligned} \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}}) [\mathbf{v}_t] \\ + \mathbf{GC} \end{aligned} \leq [\hat{\mathbf{g}}_h] \quad : \boldsymbol{\rho}_{\max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.4h)$$

$$-\text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}}) [\mathbf{v}_t] \leq -\mathbf{GC} \quad : \boldsymbol{\rho}_{\min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.4i)$$

$$[\mathbf{vv}] \leq \mathbf{vv}_{\max} : \boldsymbol{\tau}_{\max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.4j)$$

$$-[\mathbf{vv}] \leq -\mathbf{vv}_{\min} : \boldsymbol{\tau}_{\min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.4k)$$

$$[\mathbf{g}_t] \leq [\hat{\mathbf{g}}_t] : \boldsymbol{\xi}_{\max} \quad \forall t, \forall j \in \Omega_t \quad (4.4l)$$

$$-[\mathbf{g}_t] \leq -\mathbf{g}_{t\min} : \boldsymbol{\xi}_{\min} \quad \forall t, \forall j \in \Omega_t \quad (4.4m)$$

Onde:

[.] – Indicador de Variáveis;

$\hat{\mathbf{g}}_h$  – Vetor de ofertas de energia associado às UHEs ( $t = 1, \dots, T$ );

$\hat{\mathbf{p}}_h$  – Vetor oferta de preços associado às UHEs ( $t = 1, \dots, T$ );

$\hat{\mathbf{g}}_t$  – Vetor de ofertas de energia associado às UTEs ( $t = 1, \dots, T$ );

$\hat{\mathbf{p}}_t$  – Vetor oferta de preços associado às UTEs ( $t = 1, \dots, T$ );

$\mathbf{b}$  – Vetor de custos variáveis ( $t = 1, \dots, T$ );

$\mathbf{vr}$  – Vetor de volume dos reservatórios das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\mathbf{vt}$  – Vetor de vazões turbinadas das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\mathbf{vv}$  – Vetor de vazões vertidas das UHE ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\mathbf{vi}$  – Vetor de vazões naturais incrementais aos reservatórios das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\mathbf{d}$  – Vetor de demanda nos barramentos ( $k = 1, \dots, N_b$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\mathbf{H}$  – Matriz de PTDFs;

$\boldsymbol{\gamma}$  – Vetor de variáveis duais associadas às equações de balanço hídrico das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\lambda}$  – Vetor de variáveis duais associadas às equações de balanço energético ( $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\mu}_{\max}$  – Vetor de variáveis duais associadas às inequações de fluxo de potência máximo das linhas de transmissão ( $l = 1, \dots, N_l$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\mu}_{\min}$  – Vetor de variáveis duais associadas às inequações de fluxo de potência mínimo das linhas de transmissão ( $l = 1, \dots, N_l$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}$  – Vetor de variáveis duais associadas às inequações de volume máximo dos reservatórios das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}$  – Vetor de variáveis duais associadas às inequações de volume mínimo dos reservatórios das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\rho}_{\max}$  – Vetor de variáveis duais associadas às inequações de vazão turbinada máxima das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\rho}_{\min}$  – Vetor de variáveis duais associadas às inequações de vazão turbinada mínima das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\tau}_{\max}$  – Vetor de variáveis duais associadas às inequações de vazão vertida máxima das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\tau}_{\min}$  – Vetor de variáveis duais associadas às inequações de vazão vertida mínima das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\xi}_{\max}$  – Vetor de variáveis duais associadas às inequações de geração termelétrica máxima ( $j = 1, \dots, N_t$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{\xi}_{\min}$  – Vetor de variáveis duais associadas às inequações de geração termelétrica mínima ( $j = 1, \dots, N_t$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{fl}_{\max}$  – Vetor de fluxo de potência máximo das linhas de transmissão ( $l = 1, \dots, N_l$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{vr}_{\max}$  – Vetor de volume máximo dos reservatórios das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{vr}_{\min}$  – Vetor de volume mínimo dos reservatórios das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{vv}_{\max}$  – Vetor de vazão vertida máxima das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{vv}_{\min}$  – Vetor de vazão vertida mínima das UHEs ( $i = 1, \dots, N_h$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{gt}_{\min}$  – Vetor de geração termelétrica mínima das UTEs ( $j = 1, \dots, N_t$  e  $t = 1, \dots, T$ );

$\boldsymbol{GC}$  – Vetor de geração associada aos contratos de geração das UHEs [MWh];

$\boldsymbol{PC}$  – Vetor de preços associados aos contratos de geração das UHEs;

$\widehat{\boldsymbol{V}}_r$  – Matriz de coeficientes das equações de equilíbrio hídrico para o vetor  $\boldsymbol{vr}$ , em que

$$\widehat{\boldsymbol{V}}_r(s_1, s_2) = \begin{cases} \boldsymbol{V}_r, & \text{se } s_1 = s_2 \\ -\boldsymbol{V}_r, & \text{se } s_1 - 1 = s_2, \\ [\mathbf{0}], & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \text{para } (s_1 = 1, \dots, T \text{ e } s_2 = 1, \dots, T), \quad \text{e}$$

$$\mathbf{V}_r(s_1, s_2) = \begin{cases} \mathbf{1}, & \text{se } s_1 = s_2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ para } (s_1 = 1, \dots, N_h \text{ e } s_2 = 1, \dots, N_h);$$

$\widehat{\mathbf{V}}_t$  – Matriz de coeficientes das equações de equilíbrio hídrico para o vetor  $\mathbf{vt}$ , em que

$$\widehat{\mathbf{V}}_t(s_1, s_2) = \begin{cases} \mathbf{V}_t, & \text{se } s_1 = s_2 \\ [\mathbf{0}], & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ para } (s_1 = 1, \dots, T \text{ e } s_2 = 1, \dots, T), \text{ e } \mathbf{V}_t(s_1, s_2) = \begin{cases} \mathbf{1}, & \text{se } s_1 = s_2 \\ -\mathbf{1}, & \text{se } s_1 = i \text{ e } s_2 = i', \text{ para } (s_1 = 1, \dots, N_h, s_2 = 1, \dots, N_h, i = 1, \dots, N_h \text{ e } i' \in \Omega_i^{\text{up}}) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases};$$

$\widehat{\mathbf{V}}_v$  – Matriz de coeficientes das equações de equilíbrio hídrico para o vetor  $\mathbf{vv}$ , em que

$$\widehat{\mathbf{V}}_v(s_1, s_2) = \begin{cases} \mathbf{V}_v, & \text{se } s_1 = s_2 \\ [\mathbf{0}], & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ para } (s_1 = 1, \dots, T \text{ e } s_2 = 1, \dots, T), \text{ e } \mathbf{V}_v(s_1, s_2) = \begin{cases} \mathbf{1}, & \text{se } s_1 = s_2 \\ -\mathbf{1}, & \text{se } s_1 = i \text{ e } s_2 = i', \text{ para } (s_1 = 1, \dots, N_h, s_2 = 1, \dots, N_h, i = 1, \dots, N_h \text{ e } i' \in \Omega_i^{\text{up}}) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases};$$

$\mathbf{e}_H^t$  – Matriz de coeficientes unitários associada à matriz  $\mathbf{H}$  e função objetivo do líder:

$$\mathbf{e}_H^t(s_1, s_2) = \begin{cases} 1, & \text{para } (s_1 - 1) \cdot N_1 + 1 \leq s_2 \leq s_1 \cdot N_1, \text{ onde } (s_1 = 1, \dots, T \text{ e } s_2 = 1, \dots, T \cdot N_1); \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases};$$

$\hat{\mathbf{e}}_h^t$  – Matriz de coeficientes unitários associada ao vetor  $\mathbf{g}_h$  e às equações de equilíbrio

$$\text{energético: } \hat{\mathbf{e}}_h^t(s_1, s_2) = \begin{cases} 1, & \text{para } (s_1 - 1) \cdot N_h + 1 \leq s_2 \leq s_1 \cdot N_h, \text{ onde } (s_1 = 1, \dots, T \text{ e } s_2 = 1, \dots, T \cdot N_h); \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases};$$

$\hat{\mathbf{e}}_t^t$  – Matriz de coeficientes unitários associada ao vetor  $\mathbf{g}_t$  e às equações de equilíbrio

$$\text{energético: } \hat{\mathbf{e}}_t^t(s_1, s_2) = \begin{cases} 1, & \text{para } (s_1 - 1) \cdot N_t + 1 \leq s_2 \leq s_1 \cdot N_t, \text{ onde } (s_1 = 1, \dots, T \text{ e } s_2 = 1, \dots, T \cdot N_t); \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases};$$

$\hat{\mathbf{e}}_d^t$  – Matriz de coeficientes unitários associada ao vetor  $\mathbf{d}$  e às equações de equilíbrio

$$\text{energético: } \hat{\mathbf{e}}_d^t(s_1, s_2) = \begin{cases} 1, & \text{para } (s_1 - 1) \cdot N_b + 1 \leq s_2 \leq s_1 \cdot N_b, \text{ onde } (s_1 = 1, \dots, T \text{ e } s_2 = 1, \dots, T \cdot N_b); \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases};$$

$\hat{\mathbf{e}}_h^t$  – Matriz de coeficientes unitários associada ao vetor  $\mathbf{vt}$  e às restrições de fluxo de

$$\text{potência: } \hat{\mathbf{e}}_h^t(s_1, s_2) = \begin{cases} \mathbf{\Gamma}_h, & \text{se } s_1 = s_2 \\ [\mathbf{0}], & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ para } (s_1 = 1, \dots, T \text{ e } s_2 = 1, \dots, T), \text{ e}$$

$$\Gamma_h(s_1, s_2) = \begin{cases} 1, & \text{se a UHE } s_2 \text{ estiver conectada no barramento } s_1, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \text{para } (s_1 = 1, \dots, N_b \text{ e } s_2 = 1, \dots, N_h);$$

$\tilde{\mathbf{e}}_t^t$  – Matriz de coeficientes unitários associada ao vetor  $\mathbf{g}_t$  e às restrições de fluxo de potência:  $\tilde{\mathbf{e}}_t^t(s_1, s_2) = \begin{cases} \Gamma_t, & \text{se } s_1 = s_2 \\ [0], & \text{caso contrário} \end{cases}$ , para  $(s_1 = 1, \dots, T \text{ e } s_2 = 1, \dots, T)$ , e

$$\Gamma_t(s_1, s_2) = \begin{cases} 1, & \text{se a UTE } s_2 \text{ estiver conectada no barramento } s_1, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \text{para } (s_1 = 1, \dots, N_b \text{ e } s_2 = 1, \dots, N_t);$$

$\text{diag}(\bar{\eta})$  – Matriz de coeficientes de produtividade hidrelétrica [MW/(m<sup>3</sup>/s)] :

$$\text{diag}(\bar{\eta})(s_1, s_2) = \begin{cases} \text{diag}(\eta), & \text{se } s_1 = s_2 \\ [0], & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \text{para } (s_1 = 1, \dots, T \text{ e } s_2 = 1, \dots, T), \text{ e}$$

$$\text{diag}(\eta)(s_1, s_2) = \begin{cases} \eta_i, & \text{se } s_1 = s_2 = i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \text{para } (s_1 = 1, \dots, N_h, s_2 = 1, \dots, N_h \text{ e } i = 1, \dots, N_h);$$

$\text{diag}(\bar{\zeta})$  – Matriz de multiplicadores volumétricos-temporais [(m<sup>3</sup>/s) » (hm<sup>3</sup>/d)]:

$$\text{diag}(\bar{\zeta})(s_1, s_2) = \begin{cases} \zeta_t, & \text{se } s_1 = s_2 \text{ e } N_h \cdot (t - 1) + 1 \leq s_1 \leq N_h \cdot t, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \text{para } (s_1 = 1, \dots, N_h \cdot T, s_2 = 1, \dots, N_h \cdot T \text{ e } t = 1, \dots, T).$$

#### 4.3.2. REFORMULAÇÃO DO PROBLEMA ESCRAVO

Na subseção anterior, foi desenvolvido, através da aplicação do Jogo de Stackelberg, um modelo capaz de descrever o comportamento estratégico de um produtor que atua em um ambiente de mercado do tipo Loose-Pool. No entanto, o problema de programação matemática em dois níveis resultante do jogo não pode ser resolvido pela aplicação direta de um solver, pois sua estrutura não se encaixa em nenhum dos padrões admitidos, já que o conjunto de restrições definidas de (4.4a) - (4.4m) não se apresenta como, apenas, um conjunto de restrições de igualdade e desigualdade, mas sim como um outro problema de otimização. Em consequência disso, é necessária uma reestruturação do problema escravo, ou melhor, uma reformulação que permita a sua integração ao problema mestre de maneira prática e condizente com as tecnologias disponíveis para a resolução de problemas de programação matemática.

A reformulação do problema escravo é realizada por meio da substituição completa das expressões originais pelas condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) (CONEJO,

CASTILHO, *et al.*, 2006), que, por sua vez, consistem em um conjunto de equações e inequações cujas soluções definem pontos de ótimo local ou global, para problemas lineares e alguns não-lineares, dotados de restrições ou não. A fim de exemplificar o processo de reformulação, é apresentada a seguinte generalização:

Considere o seguinte problema de otimização expresso de (4.5a) - (4.5c), onde  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)$  é vetor de variáveis,  $f(\mathbf{x}): \mathbb{R}^k \mapsto \mathbb{R}$  é a função a ser otimizada de forma que, simultaneamente, ambos os conjuntos de restrições de desigualdade e igualdade,  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = (g_1(\mathbf{x}), \dots, g_n(\mathbf{x})): \mathbb{R}^k \mapsto \mathbb{R}^n$  e  $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = (h_1(\mathbf{x}), \dots, h_m(\mathbf{x})): \mathbb{R}^k \mapsto \mathbb{R}^m$  para  $i = 1, \dots, n$  e  $j = 1, \dots, m$ , sejam atendidos, e  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_n)$  e  $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$  são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições.

$$\text{Min}_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \quad (4.5a)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad : \boldsymbol{\mu} \quad (4.5b)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \quad : \boldsymbol{\lambda} \quad (4.5c)$$

As condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker para o problema (4.5a) - (4.5c) são expressas pelo conjunto de equações e inequações em (4.7a) - (4.7e).

$$\nabla_{\mathbf{x}} L_f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = 0 \quad (4.6a)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (4.6b)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \quad (4.6c)$$

$$\mu_i g_i(\mathbf{x}) = 0 \quad (4.6d)$$

$$\boldsymbol{\mu} \geq 0 \quad (4.6e)$$

Em que a expressão (4.6a) é denominada *Condição de Estacionariedade*, expressa pelo gradiente da função Lagrangeana  $L_f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$  apresentada em (4.7); as restrições de (4.6b) - (4.6c) são as *Condições de Viabilidade Primal*, oriundas da formulação original do problema; a restrição expressa em (4.6d) é a *Condição de Folga Complementar*, que assegura que haja perpendicularidade entre as restrições de desigualdade primais e suas variáveis duais; e a *Condição de Viabilidade Dual*, expressa em (4.6e), que garante a positividade dos duais associados às restrições de desigualdade do problema original.

$$L_f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n \mu_i g_i(\mathbf{x}) - \sum_{j=1}^m \lambda_j h_j(\mathbf{x}) \quad (4.7)$$

No caso de problemas de programação linear com uma grande quantidade de inequações, a Condição de Folga Complementar agrega ao modelo reformulado uma grande quantidade de termos bilineares que, conseqüentemente, acabam aumentando a complexidade do problema. A fim de reduzir a quantidade destes termos, ou até mesmo extingui-los, é comum substituir as Condições de Folga Complementar pela *Condição de Dualidade Forte*, que estabelece que o “gap” entre os valores ótimos das funções objetivo dos problemas de otimização primal e dual<sup>8</sup> deve ser nulo.

O modelo reformulado com as a Condição de Dualidade Forte é expresso de (4.8a)-(4.8e), onde  $P(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$  é a função objetivo do problema primal e  $D(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$  é a função objetivo do problema dual.

$$\nabla_{\mathbf{x}} L_f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = 0 \quad (4.8a)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (4.8b)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \quad (4.8c)$$

$$P(\mathbf{x}) - D(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = 0 \quad (4.8d)$$

$$\boldsymbol{\mu} \geq 0 \quad (4.8e)$$

Para a reformulação do problema apresentado na seção anterior, foi determinada a função Lagrangeana do problema escravo primal (4.4a) - (4.4m), conforme mostra a expressão (4.9):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\chi}) = & [\hat{\mathbf{p}}_h]^t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}})[\mathbf{v}\mathbf{t}] - [\hat{\mathbf{p}}_h]^t \mathbf{G}\mathbf{C}_h + [\hat{\mathbf{p}}_t]^t [\mathbf{g}_t] - \boldsymbol{\gamma}^t \{ \hat{\mathbf{V}}_r [\mathbf{v}\mathbf{r}] + \\ & \hat{\mathbf{V}}_t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\zeta}})[\mathbf{v}\mathbf{t}] + \hat{\mathbf{V}}_v \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\zeta}})[\mathbf{v}\mathbf{v}] - \mathbf{v}\mathbf{i} \} - \boldsymbol{\lambda}^t \{ \hat{\mathbf{e}}_h^t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}})[\mathbf{v}\mathbf{t}] + \hat{\mathbf{e}}_t^t [\mathbf{g}_t] - \\ & \hat{\mathbf{e}}_d^t \mathbf{d} \} + \boldsymbol{\mu}_{\max}^t \{ \mathbf{H}\hat{\mathbf{e}}_h^t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}})[\mathbf{v}\mathbf{t}] + \mathbf{H}\hat{\mathbf{e}}_t^t [\mathbf{g}_t] - \mathbf{H}\mathbf{d} - \mathbf{f}\mathbf{l}_{\max} \} + \\ & \boldsymbol{\mu}_{\min}^t \{ -\mathbf{H}\hat{\mathbf{e}}_h^t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}})[\mathbf{v}\mathbf{t}] - \mathbf{H}\hat{\mathbf{e}}_t^t [\mathbf{g}_t] + \mathbf{H}\mathbf{d} - \mathbf{f}\mathbf{l}_{\max} \} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\max}^t \{ [\mathbf{v}\mathbf{r}] - \mathbf{v}\mathbf{r}_{\max} \} + \\ & \boldsymbol{\varepsilon}_{\min}^t \{ -[\mathbf{v}\mathbf{r}] + \mathbf{v}\mathbf{r}_{\min} \} + \boldsymbol{\rho}_{\max}^t \{ \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}})[\mathbf{v}\mathbf{t}] - [\hat{\mathbf{g}}_h] - \mathbf{G}\mathbf{C}_h \} + \end{aligned} \quad (4.9)$$

<sup>8</sup> Dado um problema de programação matemática, classificado como problema primal, existe um outro problema classificado como problema dual, que é intimamente relacionado ao problema primal. Estes dois problemas se relacionam através de algumas características, como, por exemplo, o fato de que os Multiplicadores de Lagrange associados às restrições do problema primal originarem as variáveis que compõem o problema dual, ou que se a função objetivo do problema primal estiver sendo minimizada, então, a função objetivo do problema dual deverá ser maximizada.

$$\rho_{\min}^t \{-\text{diag}(\bar{\eta})[\mathbf{vt}] + \mathbf{GC}_h\} + \tau_{\max}^t \{[\mathbf{vv}] - \mathbf{vv}_{\max}\} + \tau_{\min}^t \{-[\mathbf{vv}] + \mathbf{vv}_{\min}\} + \xi_{\max}^t \{[\mathbf{g}_t] - \hat{\mathbf{g}}_t\} + \xi_{\min}^t \{-[\mathbf{g}_t] + \mathbf{g}_{t_{\min}}\}$$

A função Lagrangeana reordenada em função das variáveis de decisão do MO  $\mathbf{v}$  é apresentada em (4.10).

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\chi}) = & \{-\boldsymbol{\gamma}^t \hat{\mathbf{V}}_r + \xi_{\max}^t - \xi_{\min}^t\}[\mathbf{vr}] + \{[\hat{\boldsymbol{\rho}}_h]^t \text{diag}(\bar{\eta}) - \boldsymbol{\gamma}^t \hat{\mathbf{V}}_t \text{diag}(\bar{\zeta}) - \\ & \lambda^t \hat{\mathbf{e}}_h^t \text{diag}(\bar{\eta}) + \mu_{\max}^t \mathbf{H} \tilde{\mathbf{e}}_h^t \text{diag}(\bar{\eta}) - \mu_{\min}^t \mathbf{H} \tilde{\mathbf{e}}_h^t \text{diag}(\bar{\eta}) + \rho_{\max}^t \text{diag}(\bar{\eta}) - \\ & \rho_{\min}^t \text{diag}(\bar{\eta})\}[\mathbf{vt}] + \{-\boldsymbol{\gamma}^t \hat{\mathbf{V}}_v \text{diag}(\bar{\zeta}) + \tau_{\max}^t - \tau_{\min}^t\}[\mathbf{vv}] + \{[\hat{\boldsymbol{\rho}}_t]^t - \lambda^t \hat{\mathbf{e}}_t^t + \\ & \mu_{\max}^t \mathbf{H} \tilde{\mathbf{e}}_t^t - \mu_{\min}^t \mathbf{H} \tilde{\mathbf{e}}_t^t + \xi_{\max}^t - \xi_{\min}^t\}[\mathbf{g}_t] + \{\lambda^t \hat{\mathbf{e}}_d^t \mathbf{d} + \boldsymbol{\gamma}^t \mathbf{v}_i - \mu_{\max}^t \mathbf{H} \mathbf{d} - \\ & \mu_{\max}^t \mathbf{f} \mathbf{l}_{\max} + \mu_{\min}^t \mathbf{H} \mathbf{d} - \mu_{\min}^t \mathbf{f} \mathbf{l}_{\max} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\max}^t \mathbf{v} \mathbf{r}_{\max} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\min}^t \mathbf{v} \mathbf{r}_{\min} - \rho_{\max}^t \mathbf{GC}_h - \\ & \rho_{\max}^t [\hat{\mathbf{g}}_{h_{\omega}}] + \rho_{\min}^t \mathbf{GC}_h - \tau_{\max}^t \mathbf{vv}_{\max} + \tau_{\min}^t \mathbf{vv}_{\min} - \xi_{\max}^t [\hat{\mathbf{g}}_t] + \xi_{\min}^t \mathbf{g}_{t_{\min}}\} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Com base na função Lagrangeana definida anteriormente, as condições associadas ao problema primal escravo são determinadas e apresentadas conforme segue:

**Condições de Estacionariedade:** em função das variáveis duais  $\boldsymbol{\chi}$  e expressas em (4.11a) - (4.11d).

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\mathbf{vr}]} = -\hat{\mathbf{V}}_r^t [\boldsymbol{\gamma}] + [\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}] - [\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}] = \mathbf{0} \quad (4.11a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\mathbf{vt}]} = & \text{diag}(\bar{\eta})[\hat{\boldsymbol{\rho}}_h] - \text{diag}(\bar{\zeta})\hat{\mathbf{V}}_t^t [\boldsymbol{\gamma}] - \text{diag}(\bar{\eta})\hat{\mathbf{e}}_h^t [\lambda] \\ & + \text{diag}(\bar{\eta})\tilde{\mathbf{e}}_h^t \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\max}] - \text{diag}(\bar{\eta})\tilde{\mathbf{e}}_h^t \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\min}] \\ & + \text{diag}(\bar{\eta})[\boldsymbol{\rho}_{\max}] - \text{diag}(\bar{\eta})[\boldsymbol{\rho}_{\min}] = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.11b)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\mathbf{vv}]} = -\text{diag}(\bar{\zeta})\hat{\mathbf{V}}_v^t [\boldsymbol{\gamma}] + [\boldsymbol{\tau}_{\max}] - [\boldsymbol{\tau}_{\min}] = \mathbf{0} \quad (4.11c)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\mathbf{g}_t]} = [\hat{\boldsymbol{\rho}}_t] - \hat{\mathbf{e}}_t^t [\lambda] + \tilde{\mathbf{e}}_t^t \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\max}] - \tilde{\mathbf{e}}_t^t \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\min}] + [\boldsymbol{\xi}_{\max}] - [\boldsymbol{\xi}_{\min}] = \mathbf{0} \quad (4.11d)$$

**Condições de Viabilidade Dual:** em função das variáveis duais  $\boldsymbol{\chi}$  e expressas em (4.12a) e (4.12b).

$$-[\boldsymbol{\mu}_{\max}], -[\boldsymbol{\mu}_{\min}], -[\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}], -[\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}] \leq \mathbf{0} \quad (4.12a)$$

$$-[\boldsymbol{\rho}_{\max}], -[\boldsymbol{\rho}_{\min}], -[\boldsymbol{\tau}_{\max}], -[\boldsymbol{\tau}_{\min}], -[\boldsymbol{\xi}_{\max}], -[\boldsymbol{\xi}_{\min}] \leq \mathbf{0} \quad (4.12b)$$

**Condição de Dualidade Forte:** em função das variáveis duais  $\boldsymbol{\chi}$  e expressas em (4.13), que propiciou a redução da quantidade termos bilineares para apenas 2 por estágio.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{v}) - \mathbf{D}(\boldsymbol{\chi}) = & [\hat{\mathbf{p}}_h]^t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}}) [\mathbf{v}\mathbf{t}] + [\hat{\mathbf{p}}_t]^t [\mathbf{g}_t] - \mathbf{v}\mathbf{i}^t [\boldsymbol{\gamma}] - \mathbf{d}^t \hat{\mathbf{e}}_d [\boldsymbol{\lambda}] + \\ & \mathbf{d}^t \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\max}] + \mathbf{f}\mathbf{l}_{\max}^t [\boldsymbol{\mu}_{\max}] - \mathbf{d}^t \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\min}] + \mathbf{f}\mathbf{l}_{\max}^t [\boldsymbol{\mu}_{\min}] + \mathbf{v}\mathbf{r}_{\max}^t [\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}] - \\ & \mathbf{v}\mathbf{r}_{\min}^t [\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}] + [\hat{\mathbf{g}}_h]^t [\boldsymbol{\rho}_{\max}] + \mathbf{G}\mathbf{C}^t [\boldsymbol{\rho}_{\max}] - \mathbf{G}\mathbf{C}^t [\boldsymbol{\rho}_{\min}] + \mathbf{v}\mathbf{v}_{\max}^t [\boldsymbol{\tau}_{\max}] - \\ & \mathbf{v}\mathbf{v}_{\min}^t [\boldsymbol{\tau}_{\min}] + \hat{\mathbf{g}}_t^t [\boldsymbol{\xi}_{\max}] - \mathbf{g}_{\min}^t [\boldsymbol{\xi}_{\min}] = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.13)$$

### 4.3.3. REFORMULAÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo associada ao problema mestre, expressa em (4.3a), não apresenta as variáveis de decisão do agente estrategista de forma explícita em sua composição, sendo, portanto, necessário reformula-la a fim de tornar matematicamente clara a influência do produtor sobre o seu objetivo. Conforme Pereira et al. (2005) e, principalmente, Moiseeva e Hesamzadeh (2018) realizam, o processo de reformulação inicia pela avaliação do termo complicador destacado em (4.14), que é composto por termos bilineares resultantes da multiplicação entre a vazão turbinada e as variáveis duais associadas às restrições de balanço energético e fluxo de potência.

$$\sum_{t=1}^T \left( [\lambda_t] - \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} [\mu_{\max,l,t}] + \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} [\mu_{\min,l,t}] \right) \eta_i [\mathbf{v}\mathbf{t}_{i,t}] \quad (4.14)$$

Em (4.15), o termo complicador da função objetivo do produtor é substituído pelo seu equivalente, que é obtido a partir da Condição de Estacionariedade expandida  $\frac{\partial L}{\partial [\mathbf{v}\mathbf{t}_{i,t}]}$  expressa em (4.18a). Em seguida, são realizadas mais duas substituições baseadas nas Condições de Folga Complementar expressas em (4.19e) - (4.19f), resultando, assim, em uma expressão dependente das variáveis de oferta do produtor.

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^T \left( [\lambda_t] - \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} [\mu_{\max,l,t}] + \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} [\mu_{\min,l,t}] \right) \eta_i [\mathbf{v}\mathbf{t}_{i,t}] \\ \xrightarrow{(4.18a)} & \sum_{t=1}^T \left( \eta_i [\hat{\mathbf{p}}_{h,i,t}] [\mathbf{v}\mathbf{t}_{i,t}] - \zeta_t [\boldsymbol{\gamma}_{i,t}] [\mathbf{v}\mathbf{t}_{i,t}] + \zeta_t \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{down}}} [\boldsymbol{\gamma}_{i',t}] [\mathbf{v}\mathbf{t}_{i,t}] + \right. \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned}
& \eta_i [\rho_{i,t,\max}] [vt_{i,t}] - \eta_i [\rho_{i,t,\min}] [vt_{i,t}] \xrightarrow{(4.19e)} \sum_{t=1}^T \left( \eta_i [\hat{\rho}_{h_{i,t}}] [vt_{i,t}] - \right. \\
& \zeta_t [\gamma_{i,t}] [vt_{i,t}] + \zeta_t \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{down}}} [\gamma_{i',t}] [vt_{i,t}] + [\rho_{i,t,\max}] [\hat{g}_{h_{i,t}}] + [\rho_{i,t,\max}] GC_i - \\
& \left. \eta_i [\rho_{i,t,\min}] [vt_{i,t}] \right) \xrightarrow{(4.19f)} \sum_{t=1}^T \left( \eta_i [\hat{\rho}_{h_{i,t}}] [vt_{i,t}] - \zeta_t [\gamma_{i,t}] [vt_{i,t}] + \right. \\
& \left. \zeta_t \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{down}}} [\gamma_{i',t}] [vt_{i,t}] + [\rho_{i,t,\max}] [\hat{g}_{h_{i,t}}] + [\rho_{i,t,\max}] GC_i - [\rho_{i,t,\min}] GC_i \right)
\end{aligned}$$

A expressão final obtida em (4.15) tem em sua composição termos bilineares  $[\gamma_{i,t}][vt_{i,t}]$  e  $[\gamma_{i',t}][vt_{i,t}]$  relativos às equações de balanço hídrico. Tais termos são modificados a partir da sequência de substituições apresentada em (4.16).

$$\begin{aligned}
& \sum_{t=1}^T \left( -\zeta_t [\gamma_{i,t}] [vt_{i,t}] + \right. \\
& \left. \zeta_t \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{down}}} [\gamma_{i',t}] [vt_{i,t}] \right) \xrightarrow{(4.18b)} \sum_{t=1}^T \left( -[\tau_{i,t,\max}] [vt_{i,t}] + [\tau_{i,t,\min}] [vt_{i,t}] \right) \\
& \xrightarrow{(4.2b)} \sum_{t=1}^T \left\{ \left( -[\tau_{i,t,\max}] + [\tau_{i,t,\min}] \right) \left( -[vr_{i,t}] + [vr_{i,t-1}] - \zeta_t [vv_{i,t}] + \right. \right. \\
& \left. \left. \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{up}}} \{ \zeta_t [vt_{i',t}] + \zeta_t [vv_{i',t}] \} + vi_{i,t} \right) \frac{1}{\zeta_t} \right\} \xrightarrow{(4.19g)} \sum_{t=1}^T \left\{ \left( -[\tau_{i,t,\max}] + \right. \right. \\
& \left. \left. [\tau_{i,t,\min}] \right) \left( -[vr_{i,t}] + [vr_{i,t-1}] + \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{up}}} \{ \zeta_t [vt_{i',t}] + \zeta_t [vv_{i',t}] \} + vi_{i,t} \right) \frac{1}{\zeta_t} + \right. \\
& \left. \tau_{i,t,\max} vv_{i,t,\max} - \tau_{i,t,\min} vv_{i,t,\min} \right\} \xrightarrow{(4.18c)} \sum_{t=1}^T \left\{ \left( -\zeta_t [\varepsilon_{i,t+1,\max}] + \right. \right. \\
& \left. \left. \zeta_t [\varepsilon_{i,t+1,\min}] - \zeta_t [\varepsilon_{i,t,\max}] + \zeta_t [\varepsilon_{i,t,\min}] - \zeta_t \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{down}}} \left( -[\varepsilon_{i',t+1,\max}] + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. [\varepsilon_{i',t+1,\min}] - [\varepsilon_{i',t,\max}] + [\varepsilon_{i',t,\min}] \right) \right) \left( -[vr_{i,t}] + [vr_{i,t-1}] + \right. \right. \\
& \left. \left. \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{up}}} \{ \zeta_t [vt_{i',t}] + \zeta_t [vv_{i',t}] \} + vi_{i,t} \right) \frac{1}{\zeta_t} + \tau_{i,t,\max} vv_{i,t,\max} - \right. \\
& \left. \tau_{i,t,\min} vv_{i,t,\min} \right\} \xrightarrow{(4.19)} \sum_{t=1}^T \left\{ \left( -\zeta_t [\varepsilon_{i,t+1,\max}] + \zeta_t [\varepsilon_{i,t+1,\min}] - \zeta_t [\varepsilon_{i,t,\max}] + \right. \right. \\
& \left. \left. \zeta_t [\varepsilon_{i,t,\min}] \right) \left( +vi_{i,t} \right) \frac{1}{\zeta_t} + \tau_{i,t,\max} vv_{i,t,\max} - \tau_{i,t,\min} vv_{i,t,\min} + \varepsilon_{i,t,\max} vr_{i,t,\max} - \right. \\
& \left. \varepsilon_{i,t,\min} vr_{i,t,\min} \right\} \xrightarrow{(4.18c)} \sum_{t=1}^T \left\{ \tau_{i,t,\max} vv_{i,t,\max} - \tau_{i,t,\min} vv_{i,t,\min} + \right. \\
& \left. \varepsilon_{i,t,\max} vr_{i,t,\max} - \varepsilon_{i,t,\max} vr_{i,t,\min} - \gamma_{i,t} vi_{i,t} \right\}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

O termo complicador (4.14) da função objetivo original passa a ser expresso conforme mostra a equação (4.17), em que as variáveis de oferta estão explícitas e envolvidas em termos

bilineares.

$$\begin{aligned}
& [\lambda - e_H^t \text{diag}(H_k) \mu_{\max} + e_H^t \text{diag}(H_k) \mu_{\min}]^t \eta_i [vt_i] = \eta_i [vt_i]^t [\hat{p}_{h_i}] + \\
& [\rho_{i,\max}^t] [\hat{g}_{h_i}] + [\rho_{i,\max}^t] GC_i - [\rho_{i,\min}^t] GC_i + [\tau_{i,\max}^t] vv_{i,\max} - \\
& [\tau_{i,\min}^t] vv_{i,\min} + [\varepsilon_{i,\max}^t] vr_{i,\max} - [\varepsilon_{i,\min}^t] vr_{i,\min} - [\gamma_i^t] vi_i
\end{aligned} \tag{4.17}$$

As expressões expandidas utilizadas no processo de reformulação são apresentadas em (4.18a) - (4.18c), para as Condições de Estacionariedade, e (4.19a) - (4.19j), para as Condições de Folga Complementar.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [vt_{i,t}]} &= \eta_i [\hat{p}_{h_{i,t}}] - \zeta_t [\gamma_{i,t}] + \zeta_t \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{down}}} [\gamma_{i',t}] - \eta_i [\lambda_t] + \\
\eta_i \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} [\mu_{\max_{l,t}}] - \eta_i \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} [\mu_{\min_{l,t}}] + \eta_i [\rho_{i,t,\max}] - \eta_i [\rho_{i,t,\min}] &= 0
\end{aligned} \tag{4.18a}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [vv_{i,t}]} = -\zeta_t [\gamma_{i,t}] + \zeta_t \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{down}}} [\gamma_{i',t}] + [\tau_{i,t,\max}] - [\tau_{i,t,\min}] = 0 \tag{4.18b}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [vr_{i,t}]} = -[\gamma_{i,t}] + [\gamma_{i,t+1}] + [\varepsilon_{i,t,\max}] - [\varepsilon_{i,t,\min}] = 0 \tag{4.18c}$$

$$\mu_{l,t,\max} \left\{ \sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \left\{ \sum_{i,j} \eta_i [vt_{i,k,t}] + [gt_{j,k,t}] - d_{k,t} \right\} - fl_{l,t,\max} \right\} = 0 \tag{4.19a}$$

$$\mu_{l,t,\min} \left\{ -\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \left\{ \sum_{i,j} \eta_i [vt_{i,k,t}] + [gt_{j,k,t}] - d_{k,t} \right\} - fl_{l,t,\max} \right\} = 0 \tag{4.19b}$$

$$\varepsilon_{i,t,\max} \{ [vr_{i,t}] - vr_{i,t,\max} \} = 0 \tag{4.19c}$$

$$\varepsilon_{i,t,\min} \{ -[vr_{i,t}] + vr_{i,t,\min} \} = 0 \tag{4.19d}$$

$$\rho_{i,t,\max} \{ \eta_i [vt_{i,t}] - [\hat{g}_{h_{i,t}}] - GC_i \} = 0 \tag{4.19e}$$

$$\rho_{i,t,\min} \{ -\eta_i [vt_{i,t}] + GC_i \} = 0 \tag{4.19f}$$

$$\tau_{i,t,\max} \{ [vv_{i,t}] - vv_{i,t,\max} \} = 0 \tag{4.19g}$$

$$\tau_{i,t,\min} \{ -[vv_{i,t}] + vv_{i,t,\min} \} = 0 \tag{4.19h}$$

$$\xi_{j,t,\max} \{ [gt_{j,t}] - [\hat{g}_{t,j,t}] \} = 0 \tag{4.19i}$$

$$\xi_{j,t,\min} \{ -[gt_{j,t}] + g_{t,j,\min} \} = 0 \tag{4.19j}$$

#### 4.3.4. LINEARIZAÇÃO DOS TERMOS BILINEARES

A função objetivo, reformulada na seção anterior, e algumas condições de KKT,

definidas na subseção 4.3.2., apresentam em suas composições termos bilineares, que são formados pelas variáveis de oferta do produtor em combinação com algumas variáveis duais do problema escravo. A fim de simplificar o processo de resolução, e garantir solução única para cada um dos MPECs, os termos complicadores serão discretizados pela técnica de expansão binária apresentada a seguir.

Dada uma variável contínua  $\mathbf{a}$  definida de forma que  $\mathbf{a} \in \mathbb{R} \mid \underline{\mathbf{a}} \leq \mathbf{a} \leq \bar{\mathbf{a}}$ , sua expansão binária em  $N_s + 1$  termos é expressa pela equação (4.20a), onde o termo  $\Delta a$  é calculado conforme apresentado em (4.20b). Neste tipo de representação, a variável  $\mathbf{a}$  passa a tomar valores discretos definidos pela soma de cada uma das contribuições ativadas por cada um dos bits  $x_s$ .

$$\mathbf{a} = \underline{\mathbf{a}} + \Delta a \sum_{s=0}^{N_s} 2^s x_s \quad (4.20a)$$

$$\Delta a = \frac{\bar{\mathbf{a}} - \underline{\mathbf{a}}}{2^{N_s}} \quad (4.20b)$$

Se há expressões bilineares formadas pela combinação de  $\mathbf{a}$  com uma outra variável  $\mathbf{b}$ , então, elas também devem ser reformuladas em função das variáveis binárias, e da forma expressa em (4.21), onde  $z_s$  é uma variável auxiliar resultante de  $bx_s$ .

$$ba = \underline{ba} + \Delta a \sum_{s=0}^{N_s} 2^s bx_s = \underline{ba} + \Delta a \sum_{s=0}^{N_s} 2^s z_s \quad (4.21)$$

Para que  $z_s$  siga o comportamento estabelecido por  $bx_s$ , é necessário que algumas condições sejam atendidas. A primeira condição, expressa em (4.22a), estabelece que se  $x_s = 1$ , então,  $z_s = b$ , enquanto a última condição, expressa em (4.22b), estatui que se  $x_s = 0$ , então,  $z_s = 0$ .

$$\underline{b}(1 - x_s) \leq b - z_s \leq \bar{b}(1 - x_s) \quad (4.22a)$$

$$\underline{b}x_s \leq z_s \leq \bar{b}x_s \quad (4.22b)$$

A metodologia apresentada é aplicada ao MPEC proposto fornecendo as expressões apresentadas a seguir.

Para o termo  $[\mathbf{vt}_{i,t}] [\hat{\mathbf{p}}_{h,i,t}]$ , tem-se as expressões em (4.23c) - (4.24c) :

$$\hat{\mathbf{p}}_{h_i,t} = p_{h_i,\min} + \Delta\hat{p}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s \mathbf{x}_{i,t,s} \quad (4.23a)$$

$$\mathbf{vt}_{i,t}\hat{\mathbf{p}}_{h_i,t} = \mathbf{vt}_{i,t}p_{h_i,\min} + \Delta\hat{p}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s \mathbf{vt}_{i,t}\mathbf{x}_{i,t,s} \quad (4.23b)$$

$$\mathbf{vt}_{i,t}\hat{\mathbf{p}}_{h_i,t,\omega} = \mathbf{vt}_{i,t}p_{h_i,\min} + \Delta\hat{p}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s \mathbf{z}_{i,t,s} \quad (4.23c)$$

Se  $\mathbf{x}_{i,t,s} = 0$ , então  $\mathbf{z}_{i,t,s} = 0$  e se  $\mathbf{x}_{i,t,s} = 1$ , então  $\mathbf{z}_{i,t,s} = \mathbf{vt}_{i,t}$ .

$$\mathbf{vt}_{i,\min}(1 - \mathbf{x}_{i,t,s}) \leq \mathbf{vt}_{i,t} - \mathbf{z}_{i,t,s} \leq \mathbf{vt}_{i,\max}(1 - \mathbf{x}_{i,t,s}) \quad (4.24a)$$

$$\mathbf{vt}_{i,\min}\mathbf{x}_{i,t,s} \leq \mathbf{z}_{i,t,s} \leq \mathbf{vt}_{i,\max}\mathbf{x}_{i,t,s} \quad (4.24b)$$

$$p_{h_i,\min} + \Delta\hat{p}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s \mathbf{x}_{i,t,s} \leq p_{h_i,\max} \quad (4.24c)$$

Sabendo que  $\mathbf{vt}_{i,\min} = \frac{GC_i}{\eta_i}$ , tem-se (4.25a) - (4.25c):

$$\frac{GC_i}{\eta_i}(1 - \mathbf{x}_{i,t,s}) \leq \mathbf{vt}_{i,t} - \mathbf{z}_{i,t,s} \leq \mathbf{vt}_{i,\max}(1 - \mathbf{x}_{i,t,s}) \quad (4.25a)$$

$$\frac{GC_{h_i}}{\eta_i}\mathbf{x}_{i,t,s} \leq \mathbf{z}_{i,t,s} \leq \mathbf{vt}_{i,\max}\mathbf{x}_{i,t,s} \quad (4.25b)$$

$$p_{h_i,\min} + \Delta\hat{p}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s \mathbf{x}_{i,t,s} \leq p_{h_i,\max} \quad (4.25c)$$

Para o termo  $[\boldsymbol{\rho}_{i,t,\max}] [\hat{\mathbf{g}}_{h_i,t}]$ , tem-se as expressões em (4.26c) - (4.27c):

$$\hat{\mathbf{g}}_{h_i,t} = g_{h_i,\min} + \Delta\hat{g}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s \mathbf{y}_{i,t,s} \quad (4.26a)$$

$$\boldsymbol{\rho}_{i,t,\max}\hat{\mathbf{g}}_{h_i,t} = \boldsymbol{\rho}_{i,t,\max}g_{h_i,\min} + \Delta\hat{g}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s \boldsymbol{\rho}_{i,t,\max}\mathbf{y}_{i,t,s} \quad (4.26b)$$

$$\boldsymbol{\rho}_{i,t,\max}\hat{\mathbf{g}}_{h_i,t} = \boldsymbol{\rho}_{i,t,\max}g_{h_i,\min} + \Delta\hat{g}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s \mathbf{w}_{i,t,s} \quad (4.26c)$$

Se  $\mathbf{y}_{i,t,s} = 0$ , então  $\mathbf{w}_{i,t,s} = 0$  e se  $\mathbf{y}_{i,t,s} = 1$ , então  $\mathbf{w}_{i,t,s} = \boldsymbol{\rho}_{i,t,\max}$

$$L_{\min}(1 - \mathbf{y}_{i,t,s}) \leq \boldsymbol{\rho}_{i,t,\max} - \mathbf{w}_{i,t,s} \leq L_{\max}(1 - \mathbf{y}_{i,t,s}) \quad (4.27a)$$

$$L_{\min}\mathbf{y}_{i,t,s} \leq \mathbf{w}_{i,t,s} \leq L_{\max}\mathbf{y}_{i,t,s} \quad (4.27b)$$

$$g_{h_i,\min} + \Delta\hat{g}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s \mathbf{y}_{i,t,s} \leq g_{h_i,\max} \quad (4.27c)$$

Sabendo que  $g_{h_i,\min} = 0$  e  $g_{h_i,\max} = \eta_i\mathbf{vt}_{i,\max} - GC_i$ , tem-se (4.28a) - (4.28c):

$$L_{\min}(1 - \mathbf{y}_{i,t,s}) \leq \boldsymbol{\rho}_{i,t,\max} - \mathbf{w}_{i,t,s} \leq L_{\max}(1 - \mathbf{y}_{i,t,s}) \quad (4.28a)$$

$$L_{\min}\mathbf{y}_{i,t,s} \leq \mathbf{w}_{i,t,s} \leq L_{\max}\mathbf{y}_{i,t,s} \quad (4.28b)$$

$$\mathbf{g}_{h_i,\min} + \Delta\hat{\mathbf{g}}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s \mathbf{y}_{i,t,s} \leq \eta_i \mathbf{v}t_{i,\max} - \mathbf{GC}_i \quad (4.28c)$$

Em que  $\boldsymbol{\vartheta} = \{x_{i,t,s}, z_{i,t,s}, y_{i,t,s}, w_{i,t,s}\} \forall t, \forall s \in \Omega_s, i \in \Omega_h$  corresponde ao conjunto das novas variáveis criadas durante o processo de expansão binária.

Além da adição das novas restrições ao MPEC, é necessário adequar a função objetivo do agente estrategista e a Condição de Dualidade Forte. Os termos bilineares presentes nestas duas expressões são substituídos pelos seus equivalentes (4.23c) e (4.26c), o que resulta nas expressões reformuladas (4.29) e (4.30).

$$\begin{aligned} & [\boldsymbol{\lambda} - \mathbf{e}_H^t \text{diag}(\mathbf{H}_k) \boldsymbol{\mu}_{\max} + \mathbf{e}_H^t \text{diag}(\mathbf{H}_k) \boldsymbol{\mu}_{\min}]^t \eta_i [\mathbf{v}t_i] = \eta_i \{ \mathbf{p}_{h_i,\min}^t [\mathbf{v}t_i] + \\ & \Delta\hat{\mathbf{p}}_{h_i}^t \sum_{s=0}^{N_s} 2^s [\mathbf{z}_{i,s}] \} + \{ \mathbf{g}_{h_i,\min}^t [\boldsymbol{\rho}_{i,\max}] + \Delta\hat{\mathbf{g}}_{h_i}^t \sum_{s=0}^{N_s} 2^s [\mathbf{w}_{i,s}] \} + \mathbf{GC}_i^t [\boldsymbol{\rho}_{i,\max}] - \\ & \mathbf{GC}_i^t [\boldsymbol{\rho}_{i,\min}] + \mathbf{v}\mathbf{v}_{i,\max}^t [\boldsymbol{\tau}_{i,\max}] - \mathbf{v}\mathbf{v}_{i,\min}^t [\boldsymbol{\tau}_{i,\min}] + \mathbf{v}\mathbf{r}_{i,\max}^t [\boldsymbol{\varepsilon}_{i,\max}] - \\ & \mathbf{v}\mathbf{r}_{i,\min}^t [\boldsymbol{\varepsilon}_{i,\min}] - \mathbf{v}\mathbf{i}_i^t [\boldsymbol{\gamma}_i] \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{v}) - \mathbf{D}(\boldsymbol{\chi}) &= \{ \hat{\mathbf{p}}_h^t \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\eta}}) [\mathbf{v}t] \}_{-i} + \eta_i \{ \mathbf{p}_{h_i,\min}^t [\mathbf{v}t_i] + \Delta\hat{\mathbf{p}}_{h_i}^t \sum_{s=0}^{N_s} 2^s [\mathbf{z}_{i,s}] \} + \\ & [\hat{\mathbf{p}}_t]^t [\mathbf{g}_t] - \mathbf{v}\mathbf{i}^t [\boldsymbol{\gamma}] - \mathbf{d}^t \hat{\mathbf{e}}_d [\boldsymbol{\lambda}] + \mathbf{d}^t \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\max}] + \mathbf{f}_{\max}^t [\boldsymbol{\mu}_{\max}] - \mathbf{d}^t \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\min}] + \\ & \mathbf{f}_{\max}^t [\boldsymbol{\mu}_{\min}] + \mathbf{v}\mathbf{r}_{\max}^t [\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}] - \mathbf{v}\mathbf{r}_{\min}^t [\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}] + \{ \hat{\mathbf{g}}_h^t [\boldsymbol{\rho}_{\max}] \}_{-i} + \\ & \{ \mathbf{g}_{h_i,\min}^t [\boldsymbol{\rho}_{i,\max}] + \Delta\hat{\mathbf{g}}_{h_i}^t \sum_{s=0}^{N_s} 2^s [\mathbf{w}_{i,s}] \} + \mathbf{GC}^t [\boldsymbol{\rho}_{\max}] - \mathbf{GC}^t [\boldsymbol{\rho}_{\min}] + \\ & \mathbf{v}\mathbf{v}_{\max}^t [\boldsymbol{\tau}_{\max}] - \mathbf{v}\mathbf{v}_{\min}^t [\boldsymbol{\tau}_{\min}] + \hat{\mathbf{g}}_t^t [\boldsymbol{\xi}_{\max}] - \mathbf{g}_{\min}^t [\boldsymbol{\xi}_{\min}] = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.30)$$

#### 4.3.5. MPEC FINAL

O modelo final obtido após todo o processo de reformulação apresentado nas seções anteriores consiste em um problema de programação linear inteira mista expresso em função das variáveis binárias e auxiliares  $\boldsymbol{\vartheta}$ , das variáveis de decisão do MO  $\mathbf{v}$  e das variáveis duais do problema escravo  $\boldsymbol{\chi}$ . Em síntese, sua composição abrange as seguintes expressões:

- i. Função objetivo reformulada do problema primal superior, expressa em (4.31a);
- ii. Condições de Viabilidade Primal (KKT), expressas em (4.31b)-(4.31c) e (4.31i)-

(4.31s);

- iii. Condições de Estacionariedade (KKT), expressas em (4.31d)-(4.31g);
- iv. Condição de Dualidade Forte (KKT), expressa em (4.31h);
- v. Condições de Viabilidade Dual (KKT), expressas em (4.31t) e (4.31u);
- vi. Restrições associadas ao problema primal superior, expressas em (4.31v)-(4.31i);
- vii. Restrições de desigualdade associadas aos termos bilineares, expressas em (4.31z)-(4.31ag).

$$\begin{aligned}
\text{Max}_{\vartheta_i, v, \chi} \{ & \eta_i \{ \mathbf{p}_{h_i, \min}^t [\mathbf{v}t_i] + \Delta \hat{\mathbf{p}}_{h_i}^t \sum_{s=0}^{N_s} \mathbf{z}^s [\mathbf{z}_{i,s}] \} + \{ \mathbf{g}_{h_i, \min}^t [\boldsymbol{\rho}_{i, \max}] + \\
& \Delta \hat{\mathbf{g}}_{h_i}^t \sum_{s=0}^{N_s} \mathbf{z}^s [\mathbf{w}_{i,s}] \} + \mathbf{GC}_i^t [\boldsymbol{\rho}_{i, \max}] - \mathbf{GC}_i^t [\boldsymbol{\rho}_{i, \min}] + \mathbf{v} \mathbf{v}_{i, \max}^t [\boldsymbol{\tau}_{i, \max}] - \\
& \mathbf{v} \mathbf{v}_{i, \min}^t [\boldsymbol{\tau}_{i, \min}] + \mathbf{v} \mathbf{r}_{i, \max}^t [\boldsymbol{\varepsilon}_{i, \max}] - \mathbf{v} \mathbf{r}_{i, \min}^t [\boldsymbol{\varepsilon}_{i, \min}] - \mathbf{v} \mathbf{i}_i^t [\boldsymbol{\gamma}_i] + \mathbf{GC}_i^t (\mathbf{PC}_i - \\
& [\boldsymbol{\lambda} - \mathbf{e}_H^t \text{diag}(\mathbf{H}_k) \boldsymbol{\mu}_{\max} + \mathbf{e}_H^t \text{diag}(\mathbf{H}_k) \boldsymbol{\mu}_{\min}]) - \mathbf{b}_i^t \text{diag}(\eta_i) [\mathbf{v}t_i] + \\
& \eta_i^k / \zeta_t ([\mathbf{v}r_{i,T}] - \mathbf{v}r_{i, \min}) \} \quad \forall i \in \Omega_h
\end{aligned} \tag{4.31a}$$

s.t.:

$$\hat{\mathbf{V}}_r [\mathbf{v}r] + \hat{\mathbf{V}}_t \text{diag}(\bar{\zeta}) [\mathbf{v}t] + \hat{\mathbf{V}}_v \text{diag}(\bar{\zeta}) [\mathbf{v}v] = \mathbf{v}i \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \tag{4.31b}$$

$$\hat{\mathbf{e}}_h^t \text{diag}(\bar{\eta}) [\mathbf{v}t] + \hat{\mathbf{e}}_t^t [\mathbf{g}_t] = \hat{\mathbf{e}}_d^t \mathbf{d} \quad \begin{array}{l} \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k, \end{array} \tag{4.31c}$$

$$-\hat{\mathbf{V}}_r^t [\boldsymbol{\gamma}] + [\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}] - [\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}] = \mathbf{0} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \tag{4.31d}$$

$$\begin{aligned}
& \{ \text{diag}(\bar{\eta}) \hat{\mathbf{p}}_h \}_{-i} + \eta_i \{ \mathbf{p}_{h_i, \min} + \\
& \Delta \hat{\mathbf{p}}_{h_i}^t \sum_{s=0}^{N_s} \mathbf{z}^s [\mathbf{x}_{i,t,s}] \} - \text{diag}(\bar{\zeta}) \hat{\mathbf{V}}_t^t [\boldsymbol{\gamma}] - \\
& \text{diag}(\bar{\eta}) \hat{\mathbf{e}}_h [\boldsymbol{\lambda}] + \text{diag}(\bar{\eta}) \tilde{\mathbf{e}}_h \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\max}] - \\
& \text{diag}(\bar{\eta}) \tilde{\mathbf{e}}_h \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\min}] + \text{diag}(\bar{\eta}) [\boldsymbol{\rho}_{\max}] - \\
& \text{diag}(\bar{\eta}) [\boldsymbol{\rho}_{\min}]
\end{aligned} = \mathbf{0} \quad \begin{array}{l} \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k, \\ \forall s \in \Omega_s \end{array} \tag{4.31e}$$

$$-\text{diag}(\bar{\zeta}) \hat{\mathbf{V}}_v^t [\boldsymbol{\gamma}] + [\boldsymbol{\tau}_{\max}] - [\boldsymbol{\tau}_{\min}] = \mathbf{0} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \tag{4.31f}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{p}}_t - \hat{\mathbf{e}}_t [\boldsymbol{\lambda}] + \tilde{\mathbf{e}}_t \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\max}] - \tilde{\mathbf{e}}_t \mathbf{H}^t [\boldsymbol{\mu}_{\min}] \\
+ [\boldsymbol{\xi}_{\max}] - [\boldsymbol{\xi}_{\min}]
\end{aligned} = \mathbf{0} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \tag{4.31g}$$



$$-\mathbf{p}_{h_i, \min} - \Delta \hat{\mathbf{p}}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s [\mathbf{x}_{i,s}] \leq -\mathbf{p}_{h_i, \min} \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31w)$$

$$\mathbf{g}_{h_i, \min} + \Delta \hat{\mathbf{g}}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s [\mathbf{y}_{i,s}] \leq \eta_i \mathbf{v} \mathbf{t}_{i, \max} - \mathbf{G} \mathbf{C}_i \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31x)$$

$$-\mathbf{g}_{h_i, \min} - \Delta \hat{\mathbf{g}}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s [\mathbf{y}_{i,s}] \leq -\mathbf{g}_{h_i, \min} \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31y)$$

$$[\mathbf{v} \mathbf{t}_i] + \mathbf{v} \mathbf{t}_{\max} [\mathbf{x}_{i,s}] - [\mathbf{z}_{i,s}] \leq \mathbf{v} \mathbf{t}_{\max} \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31z)$$

$$-[\mathbf{v} \mathbf{t}_i] - \frac{\mathbf{G} \mathbf{C}_i}{\eta_i} [\mathbf{x}_{i,s}] + [\mathbf{z}_{i,s}] \leq -\frac{\mathbf{G} \mathbf{C}_i}{\eta_i} \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31aa)$$

$$[\mathbf{z}_{i,s}] - \mathbf{v} \mathbf{t}_{\max} [\mathbf{x}_{i,s}] \leq \mathbf{0} \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31ab)$$

$$\frac{\mathbf{G} \mathbf{C}_i}{\eta_i} [\mathbf{x}_{i,s}] - [\mathbf{z}_{i,s}] \leq \mathbf{0} \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31ac)$$

$$[\boldsymbol{\rho}_{i, \max}] + \mathbf{L}_{\max} [\mathbf{y}_{i,s}] - [\mathbf{w}_{i,s}] \leq \mathbf{L}_{\max} \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31ad)$$

$$-[\boldsymbol{\rho}_{i, \max}] - \mathbf{L}_{\min} [\mathbf{y}_{i,s}] + [\mathbf{w}_{i,s}] \leq -\mathbf{L}_{\min} \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31ae)$$

$$[\mathbf{w}_{i,s}] - \mathbf{L}_{\max} [\mathbf{y}_{i,s}] \leq \mathbf{0} \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31af)$$

$$-\mathbf{L}_{\min} [\mathbf{y}_{i,s}] + [\mathbf{w}_{i,s}] \leq \mathbf{0} \quad \forall t, \forall s, \forall i \in \Omega_h \quad (4.31ag)$$

## 4.4. SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE EQUILÍBRIO DE MERCADO

Na seção anterior foi apresentado um modelo matemático capaz de descrever o comportamento de um agente estrategista que toma decisões levando em consideração a atuação do MO no Loose-Pool. Quando há mais de um agente estrategista atuando no mercado, passa a ser necessário não apenas definir as estratégias de oferta com base no comportamento do MO, mas, também, deve-se levar em consideração a racionalidade e os objetivos dos outros concorrentes. Em consequência disso, o problema que antes era modelado por meio de um Jogo de Stackelberg passa a ser modelado por meio de um conjunto de Jogos de Stackelberg em conjunção com um Jogo de Nash que se desenvolve ente os produtores, conforme expõe a Figura 4.1. Matematicamente, o problema de equilíbrio de mercado oligopolista descrito anteriormente é classificado como um EPEC. Na Teoria dos Jogos, a solução para este problema de equilíbrio consiste em um perfil de estratégias caracterizado pelo fato de que nenhum dos

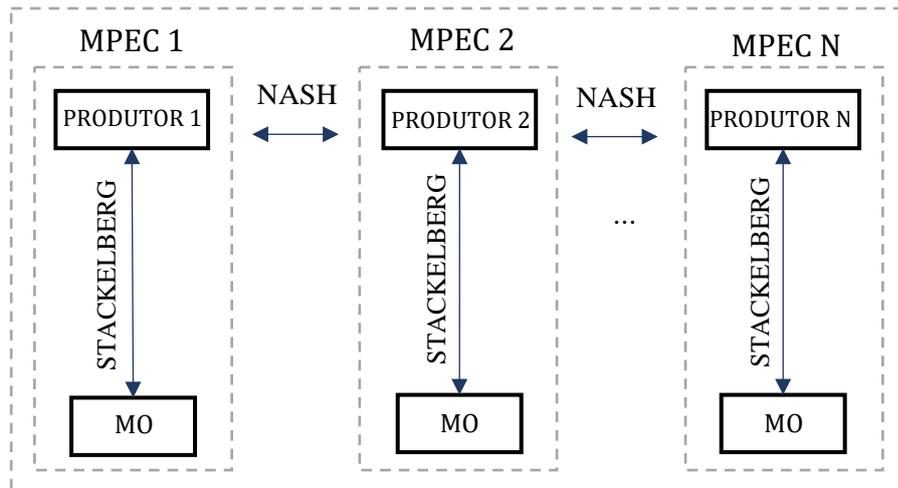


Figura 4.1 - Esquemas de jogos aplicado ao problema de comportamento estratégico de produtores.

Fonte: Autoria própria.

agentes tem a capacidade de incrementar seus ganhos pela simples modificação unilateral de suas estratégias, ou seja, o perfil de estratégias deve ter as características de um Ponto de Equilíbrio de Nash. Apesar da simplicidade conceitual, a determinação de um perfil de estratégias com essas características não é uma tarefa fácil já que cada MPEC, por si só, consiste em um problema complexo cujo tempo de resolução é altamente dependente do número de variáveis binária consideradas. Em função disso, optou-se pela aplicação do Método da Diagonalização de Gauss-Seidel (SUN, 2005) que resolve o EPEC de forma sequencial, proporcionando assim um alívio computacional quando comparado a outras metodologias em que o processo é feito de forma integrada.

O Método da Diagonalização de Gaus-Seidel aplicado ao EPEC proposto é ilustrado pela Figura 4.2 e descrito pelos passos listados a seguir:

- i. No ciclo inicial de resolução do EPEC, o primeiro produtor soluciona seu MPEC considerando valores iniciais estimados para a oferta de quantidade e preço  $of_{i,k}(\hat{p}_{h_i,t}, \hat{g}_{h_i,t})_0$  dos outros produtores;
- ii. Em seguida, as ofertas resultantes do MPEC 1 alimentam o MPEC 2, cuja solução fornece as ofertas atualizadas do produtor 2. Esse processo é repetido sequencialmente até o MPEC N;
- iii. Ao final do ciclo, o vetor de ofertas de cada um dos agentes é comparado com o vetor de ofertas iniciais. Caso a diferença seja insignificante, um ponto de equilíbrio de Nash foi determinado;

- iv. Se o passo iii. falhar, é necessária a inicialização de um novo ciclo em que o MPEC 1 assume como valores estimados iniciais de oferta o vetor resultante do ciclo mais recente. Em suma, os passos i., ii. e iii. são repetidos conforme a Figura 4.2 mostra.

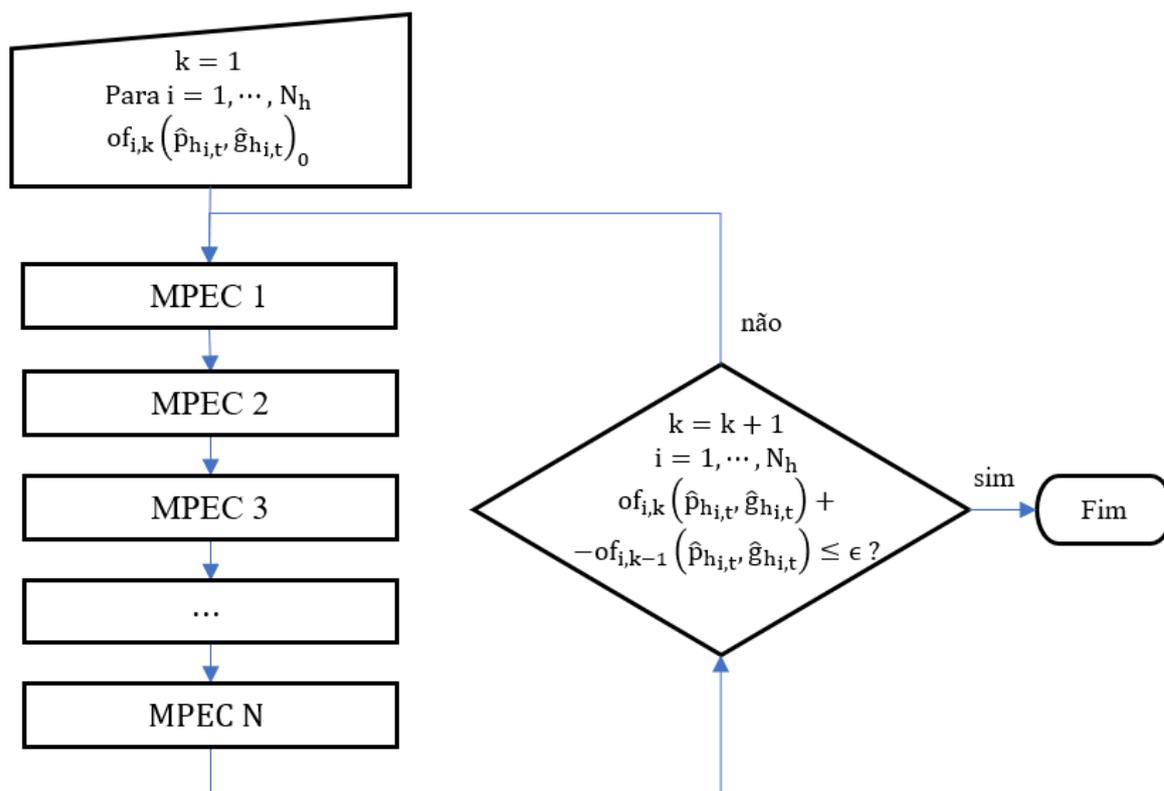


Figura 4.2 - Método da diagonalização de Gauss-Seidel aplicado ao problema de equilíbrio de mercado.

Fonte: Autoria própria.

## 4.5. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE BARGANHA ENTRE OS AGENTES DETENTORES DE UHES EM CASCATA

Em ambientes do tipo Loose-Pool, os produtores têm direito à participação ativa no mercado spot de energia, o que, em outras palavras, significa o direito de ofertar energia ao MO por sua conta e risco. Após a definição do preço da energia e dos montantes a serem despachados, os agentes responsáveis pelas usinas que participaram do leilão têm a obrigação de cumprir com as ofertas admitidas pelo MO. Entretanto, em sistemas hidrotérmicos com usinas em cascata, a dependência operativa de UHes pode influenciar na operação programada

de um agente com compromissos firmados no Loose-Pool e até mesmo distanciar o sistema da operação ótima. Isso pode ocorrer devido ao fato de que as firmas detentoras das UHEs situadas na cabeceira das cascatas detêm o poder de controlar parte da matéria prima “água” que aflui aos reservatórios das UHEs a jusante, influenciando, assim, na disponibilidade de água e no volume de seus reservatórios. Idealmente, o melhor aproveitamento dos recursos hídricos ocorre quando as usinas situadas no final de cascatas operam com o nível dos seus respectivos reservatórios próximo ao máximo. Neste caso, as usinas a montante devem defluir quantidade de água suficiente para que, em conjunção com a contribuição da precipitação, seja possível manter o nível das usinas a jusante. Contudo, no mercado Loose-Pool, essa condição pode não ser respeitada, já que o despacho das usinas se dá por ordem de mérito baseado nas ofertas de cada um dos agentes que, individualmente, buscam a maximização do benefício próprio sem levar em consideração a operação ótima de todo o sistema ou o quanto suas decisões podem prejudicar outros agentes.

Tendo em vista que o regime de mercado Loose-Pool expõe os agentes detentores de UHEs à externalidades negativas, é avaliado um mecanismo de mercado que permita a negociação multilateral, no qual todos produtores atuantes em uma cascata possam firmar acordos de operação com o intuito de efficientizar o processo de geração e, conseqüentemente, maximizar seus payoffs. O mecanismo citado é fundamentado no Teorema de Coase (COASE, 1960) que, resumidamente, afirma que em uma transação econômica com externalidades os agentes envolvidos podem chegar a uma solução coletivamente ótima por meio de acordos privados, se for admitido, previamente, que as transações são efetuadas sem custo, e que os direitos de propriedade são pré-definidos e conhecidos por todos. Esse processo de negociação multilateral entre as partes é modelado por meio de um jogo de barganha, que admite como entrada os resultados do leilão ex-ante realizado no Loose-Pool.

#### 4.5.1. CARACTERIZAÇÃO DO JOGO

Com a definição do esquema de despacho de todas as usinas do sistema hidrotérmico a partir do Loose-Pool, cada um dos produtores passa a ter conhecimento das suas obrigações de geração em cada um dos estágios considerados, assim como do preço da energia no mercado. A partir daí, com o início do processo de barganha entre os agentes de uma mesma cascata, é esperado que eles tomem decisões e aceitem modificar seus esquemas de despacho somente se for possível obter uma receita maior que aquela definida no Loose-Pool. O modelo

---

desenvolvido para descrever o comportamento dos agentes neste ambiente é formulado com base no conjunto de hipóteses enumeradas a seguir:

- i. Os agentes econômicos que participam do processo de barganha são os produtores com UHEs em cascatas que buscam saciar suas necessidades por lucro de forma cooperativa, tendo como referência os ganhos propiciados através da ação não-cooperativa no Loose-Pool;
- ii. O preço da energia definido para cada barramento não pode ser modificado, assim como o total de energia contratado no Loose-Pool;
- iii. Todos os agentes envolvidos agem com racionalidade, ou seja, suas decisões são tomadas de forma a aumentar o benefício próprio. Em função disso, eles só firmam acordos que propiciem uma margem maior de lucro;
- iv. Dado que não há diferença entre o produto ofertado por uma empresa com relação ao produto ofertado pela sua concorrente, portanto, ele é classificado como produto homogêneo;
- v. Todos os agentes produtores possuem informações completas a respeito das preferências, características e objetivos de seus adversários, o que caracteriza um jogo de informação completa. O resultado do Loose-Pool também é de conhecimento comum.

Em função da estrutura apresentada, o ambiente negociação e cooperação entre os agentes de uma mesma cascata será modelado por meio de um jogo de Barganha Multilateral de Nash.

#### 4.5.2. MODELO MATEMÁTICO

O modelo de programação matemática que descreve o comportamento de cada participante do processo de barganha é expresso em (4.32a) - (4.33p). Na equação (4.33a), a função objetivo do produtor é composta por cinco termos: o primeiro deles consiste na penalização aplicada ao agente caso não seja honrada parte ou a totalidade do compromisso firmado com o MO, existindo a possibilidade de que ele gere uma certa fração da quantidade total de energia vendida no Loose-Pool e repasse, por meio de acordos, o restante das obrigações e parte dos benefícios a outro agente da cascata, isso sem ser penalizado; já no

segundo termo, tem-se a remuneração obtida por meio da venda de energia ao MO no Loose-Pool, esse termo inclui a porção efetivamente gerada pela usina associada ao agente em questão e, também, uma fração da remuneração relativa à geração repassada por meio de acordos firmados com outros agentes da cascata; o terceiro termo, por sua vez, representa os ganhos agregados por meio produção da energia que originalmente deveria ser realizada por outros agentes da cascata; o quarto termo representa o valor da água remanescente no reservatório ao final do último estágio; o quinto termo, por fim, representa os ganhos com contratos de venda de energia. Em (4.33b) e (4.33c), respectivamente, tem-se as equações de balanço hídrico para cada UHE e balanço energético do sistema. Em (4.33d), a restrição de igualdade estabelece que o montante de energia da UHE  $i$ , contratada pelo MO no Loose-Pool, deve ser igual a geração desta usina destinada a esta transação mais a geração repassada a outros agentes por meio de acordos. A restrição (4.33e), por sua vez, estabelece que o total de energia gerada por uma usina deve ser igual a soma das parcelas definidas por contratos, acordos e venda no Loose-Pool. As inequações (4.33f) e (4.33g) representam as limitações de fluxo de potência da rede elétrica. O conjunto de inequações estabelecido em (4.33h) corresponde aos cortes da FPHA. Já a restrição (4.33i) impõe a positividade das variáveis de barganha. E, por fim, as inequações (4.33j) - (4.33s) definem os valores mínimos e máximos de volume nos reservatórios, de vazão turbinada e vertida, e de geração das usinas cuja energia não é barganhada.

$$\begin{aligned} \text{Max}_{g_{h,i,t}, \bar{g}_{h,i,t}, g_{t,i,t}, vr_{i,t}, vt_{i,t}, vv_{i,t}} & - \sum_{t=1}^T \text{LMP}_{k,t} \left( \text{GN}_{i,t} - \sum_{i=1}^{N_c} [\bar{g}_{h,i,t}] \right) + \\ & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_c} \left( (1 - r_{i,i}) \text{LMP}_{k,i,t} - b_i \right) [\bar{g}_{h,i,t}] + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_c} \left( r_{i,i} \text{LMP}_{k,i,t} - \right. \\ & \left. b_i \right) [\bar{g}_{h,i,t}] + \frac{\eta_{i,k}}{\zeta_T} \left( [vr_{i,T}] - vr_{i,\min} \right) + \sum_{t=1}^T GC_i (PC_i - b_i) \quad \forall i \in \Omega_c \end{aligned} \quad (4.33a)$$

s.t.:

$$\begin{aligned} [vr_{i,t}] - [vr_{i,t-1}] + \zeta_t [vt_{i,t}] + \zeta_t [vv_{i,t}] - \\ \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{up}}} \{ \zeta_t [vt_{i',t}] + \zeta_t [vv_{i',t}] \} & = vi_{i,t} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \end{aligned} \quad (4.33b)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_h} [g_{h,i,t}] + \sum_{j=1}^{N_t} [g_{t,j,t}] & = \sum_{k=1}^{N_b} d_{k,t} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ & \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k, \end{aligned} \quad (4.33c)$$

$$\sum_{i=1}^{N_c} [\bar{g}_{h,i,t}] = \text{GN}_{i,t} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_c, \forall i \in \Omega_c \quad (4.33d)$$

$$[g_{h,i,t}] - \sum_{i=1}^{N_c} [\bar{g}_{h,i,t}] = GC_i \quad \forall t, \forall i \in \Omega_c, \forall i \in \Omega_c \quad (4.33e)$$

$$\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \left\{ [g_{h_{i,k,t}}] + [g_{t_{i,k,t}}] - d_{k,t} \right\} \leq fl_{l,t,max} \quad \begin{array}{l} \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall l \in \Omega_l, \\ \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k \end{array} \quad (4.33f)$$

$$-\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \left\{ [g_{h_{i,k,t}}] + [g_{t_{i,k,t}}] - d_{k,t} \right\} \leq fl_{l,t,max} \quad \begin{array}{l} \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall l \in \Omega_l, \\ \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k \end{array} \quad (4.33g)$$

$$-\alpha_{i,s,t} - \dot{\alpha}_{i,s,t}[vr_{i,t}] - \ddot{\alpha}_{i,s,t}[vt_{i,t}] - \ddot{\alpha}_{i,s,t}[vv_{i,t}] \leq -[g_{h_{i,t}}] \quad \begin{array}{l} \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall s \in \Omega_i^{FPHA} \end{array} \quad (4.33h)$$

$$-[g_{h_{i,t}}] \leq 0 \quad \forall t, \forall i \in \Omega_c, \forall i \in \Omega_c \quad (4.33i)$$

$$[vr_{i,t}] \leq vr_{i,t,max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.33j)$$

$$-[vr_{i,t}] \leq -vr_{i,t,min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.33k)$$

$$[vt_{i,t}] \leq vt_{i,t,max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.33l)$$

$$-[vt_{i,t}] \leq -vt_{i,t,min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.33m)$$

$$[vv_{i,t}] \leq vv_{i,t,max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.33n)$$

$$-[vv_{i,t}] \leq -vv_{i,t,min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.33o)$$

$$[g_{h_{i,t}}] \leq g_{h_{j,t,max}} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h, \forall i \notin \Omega_c \quad (4.33p)$$

$$-[g_{h_{i,t}}] \leq -g_{h_{j,t,min}} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \& i \notin \Omega_c \quad (4.33q)$$

$$[g_{t_{j,t}}] \leq g_{t_{j,t,max}} \quad \forall t, \forall j \in \Omega_t \quad (4.33r)$$

$$-[g_{t_{j,t}}] \leq -g_{t_{j,t,min}} \quad \forall t, \forall j \in \Omega_t \quad (4.33s)$$

[.] – Indicador de Variáveis;

$N_h$  – Número de UHEs no sistema;

$N_c$  – Número de UHEs cuja produção é barganhada;

$N_t$  – Número de UTEs;

$N_b$  – Número de barramentos;

$N_l$  – Número de linhas;

$T$  – Número de estágios;

$i$  – Índice associado às UHEs do sistema;

$\ddot{i}$  – Índice associado às UHEs do sistema;

$j$  – Índice associado às UTEs do sistema ( $i = 1, \dots, N_t$ );

$l$  – Índice associado às linhas de transmissão do sistema elétrico ( $i = 1, \dots, N_l$ );

$k$  – Índice associado aos barramentos do sistema elétrico ( $k = 1, \dots, N_b$ );

$t$  – Estágio ( $t = 1, \dots, T$ );

$\Omega_h$  – Conjunto das UHEs;

$\Omega_c$  – Conjunto das UHEs em cascata;

$\Omega_t$  – Conjunto das UTEs;

$\Omega_k$  – Conjunto dos barramentos;

$\Omega_l$  – Conjunto das linhas de transmissão;

$\Omega_i^{up}$  – Conjunto das UHEs a montante da UHE  $i$ ;

$\Omega_i^{FPHA}$  – Conjunto de planos da FPHA associada a UHE  $i$ ;

$vr_{i,t}$  – Volume do reservatório da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$vt_{i,t}$  – Vazão turbinada pela UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$vv_{i,t}$  – Vazão vertida pela UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$vi_{i,t}$  – Vazão natural incremental a UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$g_{h,i,t}$  – Geração efetiva da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;

$g_{t,j,t}$  – Geração despachada pela UTE  $j$  no estágio  $t$ ;

$GN_{i,t}$  – Geração contratada da UHE  $i$  pelo MO no Loose-Pool para o estágio  $t$ ;

$\bar{g}_{h,i,t}$  – Parcela de  $GN_{i,t}$  que a UHE  $i$  passa a produzir no estágio  $t$ ;

$r_{i,i}$  – Fração da receita associada a geração  $\bar{g}_{h,i,t}$  que é destinada ao produtor que controla a UHE  $i$ ;

$BDP_i$  – Breakdown Point associado ao agente detentor da UHE  $i$ ;

- $\alpha_{i,s}$  – Coeficiente linear do plano  $s$  da FPHA associada a UHE  $i$ ;
- $\dot{\alpha}_{i,s}$  – Coeficiente do plano  $s$  da FPHA associada a UHE  $i$ , para a variável  $vr_{i,t}$ ;
- $\ddot{\alpha}_{i,s}$  – Coeficiente do plano  $s$  da FPHA associada a UHE  $i$ , para a variável  $vt_{i,t}$ ;
- $\ddot{\alpha}_{i,s}$  – Coeficiente do plano  $s$  da FPHA associada a UHE  $i$ , para a variável  $vv_{i,t}$ ;
- $d_{k,t}$  – Demanda associada ao barramento  $k$  no estágio  $t$ ;
- $H_{l,k}$  – PTDF associado a linha  $l$  e barramento  $k$ ;
- $PC_i$  – Preço da energia contratada por meio de contratos associados a UHE  $i$ ;
- $GC_i$  – Geração alocada a contratos de venda associados a UHE  $i$  [MW];
- $\kappa$  – Preço Futuro da Energia Elétrica (PFEE);
- $\zeta_t$  – Multiplicador volumétrico-temporal do estágio  $t$  [(m<sup>3</sup>/s) » (hm<sup>3</sup>/d)];
- $b_i$  – Custo variável da UHE  $i$ ;
- $g_{h_{i,t,max}}$  – Geração hidrelétrica máxima da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;
- $g_{h_{i,t,min}}$  – Geração hidrelétrica mínima da UHE  $i$  no estágio  $t$ ;
- $p_{h_{i,t,max}}$  – Oferta de preço máxima associada a UHE  $i$  no estágio  $t$ ;
- $p_{h_{i,t,min}}$  – Oferta de preço mínima associada a UHE  $i$  no estágio  $t$ ;
- $f_{l,max}$  – Fluxo de potência máximo da linha de transmissão  $l$ ;
- $vr_{i,max}$  – Volume máximo do reservatório da UHE  $i$ ;
- $vr_{i,min}$  – Volume mínimo do reservatório da UHE  $i$ ;
- $vv_{i,max}$  – Volume vertido máximo da UHE  $i$ ;
- $vv_{i,min}$  – Volume vertido mínimo da UHE  $i$ ;
- $g_{tj,min}$  – Geração termelétrica mínima da UTE  $j$ .

#### 4.6. BARGANHA MULTILATERAL DE NASH APLICADA AO PROBLEMA DE COOPERAÇÃO EM CASCATAS

Na seção anterior, foi proposto um modelo matemático capaz de descrever o

comportamento estratégico de um produtor que atua em um ambiente de negociação multilateral, no qual os agentes detentores de UHEs situadas em uma mesma cascata definem um novo esquema de despacho capaz de reduzir as externalidades negativas originadas no Loose-Pool, sem que haja alteração nos preços definidos previamente ou prejuízo a programação de operação das UTEs e UHEs fora da cascata em questão. Apesar deste modelo estar estruturado de uma forma que segue os padrões admitidos por solvers, ele, ainda, não pode ser resolvido diretamente, devido ao fato de que há variáveis de decisão que não são dependentes apenas do agente em questão, mas sim de um grupo de agentes envolvidos. Em função disso, é necessário que ele seja reformulado como um modelo de negociação que leve em consideração os interesses dos outros participantes. A fundamentação teórica deste processo é apresentada a seguir.

Nas situações em que há conflito entre agentes tomadores de decisão, que buscam maximizar seus payoffs em um ambiente onde é possível e permitida a comunicação mútua, a realização de barganha, ou negociação, é sempre a melhor alternativa para obtenção de uma solução que aumente o estado de satisfação dos envolvidos. Isso decorre do fato de que quando há cooperação, há, também, uma tendência de surgirem externalidades positivas, ao contrário do que ocorre em ambientes não cooperativos. Na Teoria dos Jogos, o estudo do processo de barganha é dividido, classicamente, em duas vertentes: Jogos de Barganha Não-Cooperativos e Jogos de Barganha Cooperativos. A vertente não-cooperativa é fundamentada no Jogo de Barganha Estratégica de Rubinstein (RUBINSTEIN, 1982), que consiste em um jogo extensivo em que é necessária a especificação dos detalhes do processo de negociação entre os envolvidos, como, por exemplo, a ordem em que os agentes ofertam e a quantidade de rodadas do processo de negociação. Já na vertente cooperativa, não é necessária uma estrutura extensiva para a determinação do resultado da barganha, pois sua solução, ou melhor, a Solução Axiomática de Nash (NASH, 1950) é definida como os argumentos que maximizam o produto entre os payoffs dos negociadores. Apesar das diferenças estruturais entre as duas vertentes, Rubinstein mostrou que se os jogadores forem pacientes, a solução de seu jogo converge à Solução Axiomática de Nash (RUBINSTEIN, BINMORE e WOLINSKY, 1986).

Para o problema descrito na seção anterior, optou-se utilizar a metodologia cooperativa para definir as estratégias adotadas pelos produtores no processo de negociação multilateral. A fim de exemplificar o processo de reformulação, é apresentada a seguinte generalização: considere um conjunto  $\Omega_{Ag}$  formado por  $n$  agentes, que negociam entre si a fim de determinar um acordo global entre eles. Cada agente  $i$  detém objetivos que, matematicamente, são

representados por meio de um conjunto de  $m_i$  funções  $\Omega_i = \{f_{i,1}(\mathbf{x}), \dots, f_{i,m_i}(\mathbf{x})\}$  dependentes de  $k$  variáveis de barganha  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)$ . Como em toda negociação há a possibilidade de discórdia entre os agentes, é, então, necessário considerar que no processo de barganha os agentes envolvidos optam, exclusivamente, por soluções que conduzem a um payoff maior, ou igual, ao definido pelo ponto de desacordo ou Breakdown Point (BDP) que, por sua vez, consiste nas soluções que conduzem ao payoff obtido no caso de falha na negociação ou ação unilateral e estratégica dos agentes. Tais payoffs são expressos por meio do vetor  $D_i = (d_{i,1}, \dots, d_{i,m_i})$ .

A Solução das Barganha de Nash, ou Bargain Nash Solution (NBS), é obtida pela resolução do problema expresso em (4.34a) - (4.35b), que visa maximizar o estado de satisfação de todo o grupo, tendo como referência as soluções associadas ao BDP. Tal solução é fundamentada em um conjunto de axiomas (OZDAGLAR, 2010) que são apresentados a seguir:

- i. Eficiência: Se o problema de barganha for convexo, então, é garantido que a NBS também é Pareto Eficiente<sup>9</sup>;
- ii. Racionalidade Individual: nenhum dos jogadores deve obter um payoff inferior ao associado ao BDP, a tendência natural é a de buscar acordos que agreguem valor aos seus payoffs;
- iii. Simetria: se no jogo de barganha dois ou mais jogadores apresentarem as mesmas características, isto é, se seus payoffs e variáveis associadas ao BDP forem iguais, então, na NBS tais jogadores receberão o mesmo payoff. Isso significa que não há discriminação entre jogadores idênticos;
- iv. Invariância: não há alteração no payoff dos agentes para formulações equivalentes das funções objetivo, ou seja, a solução independe das unidades de medida utilizadas.

$$\text{NBS} = \arg \max_{\mathbf{x}} \prod_{i=1}^n \prod_j^{m_i} (f_{i,j}(\mathbf{x}) - d_{i,j}) \quad (4.34a)$$

$$f_{i,j}(\mathbf{x}) - d_{i,j} \geq 0 \quad \forall i \in \Omega_i, \forall j \in \Omega_{Ag} \quad (4.34b)$$

<sup>9</sup> Para um problema de otimização multiobjetivo, em que o conjunto de funções a serem maximizadas  $F(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_i(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})\}$  dependem do vetor de variáveis  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ , uma solução Pareto Eficiente  $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$ , pertencente ao espaço de soluções  $X$ , é aquela que não é dominada por nenhuma outra solução  $\mathbf{x}^{**} = (x_1^{**}, x_2^{**}, \dots, x_m^{**})$ , ou seja, não é possível melhorar-la sem depreciar pelo menos um dos objetivos. Neste contexto, a solução  $\mathbf{x}^*$  domina  $\mathbf{x}^{**}$  se, e somente se,  $f_i(\mathbf{x}^*) \geq f_i(\mathbf{x}^{**})$  para  $i = 1, 2, \dots, n$  e  $f_i(\mathbf{x}^*) > f_i(\mathbf{x}^{**})$  para pelo menos uma função objetivo (KONAC, COIT e SMITH, 2006).

A expressão (4.34) ainda pode ser reformulada da forma apresentada em (4.35a)-(4.35b).

$$\text{NBS} = \arg \max_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^n \log \left[ \prod_j^{m_i} (f_{i,j}(\mathbf{x}) - d_{i,j}) \right] \quad (4.35a)$$

$$\text{NBS} = \arg \max_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \log (f_{i,j}(\mathbf{x}) - d_{i,j}) \quad (4.35b)$$

Classicamente o Jogo de Barganha de Nash apresentado anteriormente é aplicado ao problema de negociação bilateral entre dois agentes, no entanto, esse modelo é facilmente generalizado para situações em que mais de dois agentes negociam multilateralmente sem deixar de respeitar os axiomas de Nash, conforme mostram Rausser et al. (2011), Krishna e Serrano (1995) e Crable (2009).

Com base na teoria apresentada, o problema definido na seção anterior tem sua função objetivo modificada de (4.33a) para (4.36a), além de ter a condição (4.36i) adicionada a seu conjunto de restrições, resultando, assim, no problema de programação definido de (4.36a) - (4.36r).

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{g_{h,i,t}, \bar{g}_{h,i,t}, g_{t,i,t}, v_{r,i,t}, v_{t,i,t}, v_{v,i,t}} \sum_{i=1}^{N_c} \log \left\{ - \sum_{t=1}^T \text{LMP}_{k,i,t} \left( \text{GN}_{i,t} - \sum_{\bar{i}=1}^{N_c} [\bar{g}_{h,i,\bar{i},t}] \right) \right\} + \\ & \sum_{t=1}^T \sum_{\bar{i}=1}^{N_c} \left( (1 - r_{i,\bar{i}}) \text{LMP}_{k,\bar{i},t} - b_{\bar{i}} \right) [\bar{g}_{h,i,\bar{i},t}] + \sum_{t=1}^T \sum_{\bar{i}=1}^{N_c} (r_{i,\bar{i}} \text{LMP}_{k,i,t} - b_{\bar{i}}) [\bar{g}_{h,i,\bar{i},t}] + \quad (4.36a) \\ & \frac{\eta_{ik}}{\zeta_T} \left( [v_{r,i,T}] - v_{r,i,\min} \right) + \sum_{t=1}^T \text{GC}_i (\text{PC}_i - b_i) - \text{BDP}_i \} \forall i \in \Omega_c \end{aligned}$$

s.t.:

$$\begin{aligned} [v_{r,i,t}] - [v_{r,i,t-1}] + \zeta_t [v_{t,i,t}] + \zeta_t [v_{v,i,t}] - \\ \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{up}}} \{ \zeta_t [v_{t,i',t}] + \zeta_t [v_{v,i',t}] \} &= v_{i,t} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.36b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_h} [g_{h,i,t}] + \sum_{j=1}^{N_t} [g_{t,j,t}] &= \sum_{k=1}^{N_b} d_{k,t} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ & \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k, \quad (4.36c) \end{aligned}$$

$$\sum_{\bar{i}=1}^{N_c} [\bar{g}_{h,i,\bar{i},t}] = \text{GN}_{i,t} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_c, \forall \bar{i} \in \Omega_c \quad (4.36d)$$

$$[g_{h,i,t}] - \sum_{\bar{i}=1}^{N_c} [\bar{g}_{h,i,\bar{i},t}] = \text{GC}_i \quad \forall t, \forall i \in \Omega_c, \forall \bar{i} \in \Omega_c \quad (4.36e)$$

$$\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \left\{ [g_{h_{i,t}}] + [g_{t_{i,t}}] - d_{k,t} \right\} \leq fl_{l,t,max} \quad \begin{array}{l} \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall l \in \Omega_l, \\ \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k \end{array} \quad (4.36f)$$

$$-\sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \left\{ [g_{h_{i,t}}] + [g_{t_{i,t}}] - d_{k,t} \right\} \leq fl_{l,t,max} \quad \begin{array}{l} \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall l \in \Omega_l, \\ \forall j \in \Omega_t, \forall k \in \Omega_k \end{array} \quad (4.36g)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^T LMP_{k,i,t} \left( GN_{i,t} - \sum_{i=1}^{N_c} [\bar{g}_{h_{i,i,t}}] \right) - \\ & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_c} \left( (1 - r_{i,i}) LMP_{k,i,t} - b_i \right) [\bar{g}_{h_{i,i,t}}] - \\ & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_c} (r_{i,i} LMP_{k,i,t} - b_i) [\bar{g}_{h_{i,i,t}}] - \\ & \frac{\eta_{iK}}{\zeta_T} ([vr_{i,T}] - vr_{i,min}) - \sum_{t=1}^T GC_i (PC_i - b_i) \end{aligned} \leq -BDP_i \quad \forall t, \forall i \in \Omega_c, \forall i \in \Omega_c \quad (4.36h)$$

$$-\alpha_{i,s,t} - \dot{\alpha}_{i,s,t} [vr_{i,t}] - \ddot{\alpha}_{i,s,t} [vt_{i,t}] - \ddot{\alpha}_{i,s,t} [vv_{i,t}] \leq -[g_{h_{i,t}}] \quad \begin{array}{l} \forall t, \forall i \in \Omega_h, \\ \forall s \in \Omega_i^{FPHA} \end{array} \quad (4.36i)$$

$$-[ \bar{g}_{h_{i,i,t}} ] \leq 0 \quad \forall t, \forall i \in \Omega_c, \forall i \in \Omega_c \quad (4.33j)$$

$$[vr_{i,t}] \leq vr_{i,t,max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.36k)$$

$$-[vr_{i,t}] \leq -vr_{i,t,min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.36l)$$

$$[vt_{i,t}] \leq vt_{i,t,max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.36m)$$

$$-[vt_{i,t}] \leq -vt_{i,t,min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.36n)$$

$$[vv_{i,t}] \leq vv_{i,t,max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.36o)$$

$$-[vv_{i,t}] \leq -vv_{i,t,min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \quad (4.36p)$$

$$[g_{h_{i,t}}] \leq g_{h_{i,t},max} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h, \forall i \notin \Omega_c \quad (4.36q)$$

$$-[g_{h_{i,t}}] \leq -g_{h_{i,t},min} \quad \forall t, \forall i \in \Omega_h \& i \notin \Omega_c \quad (4.36r)$$

$$[g_{t_{j,t}}] \leq g_{t_{j,t},max} \quad \forall t, \forall j \in \Omega_t \quad (4.36s)$$

$$-[g_{t_{j,t}}] \leq -g_{t_{j,t},min} \quad \forall t, \forall j \in \Omega_t \quad (4.36t)$$

---

## 4.7. CONCLUSÃO

Neste capítulo foram construídos dois modelos matemáticos capazes de descrever o comportamento estratégico de produtores de energia hidrelétrica em um Loose-Pool e em um ambiente de negociação multilateral. No primeiro modelo, cada agente estrategista é representado por meio de um MPEC que, por sua vez, é reformulado por meio das Condições de Karush-Khun-Tuker e expansão binária. O problema de equilíbrio que envolve os agentes estrategistas representados pelos MPECs é classificado como um EPEC, cuja solução consiste em um ponto de equilíbrio de mercado obtido por meio da aplicação do Método da Diagonalização de Gauss-Seidel. O segundo modelo, por sua vez, simula um ambiente cooperativo, por meio da aplicação do Jogo de Barganha Multilateral de Nash ao problema de maximização de payoff via negociação entre os agentes de uma mesma cascata. A solução deste último modelo consiste nos acordos que agregam mais benefícios ao conjunto de agentes quando se impõem como parâmetro de comparação o BDP.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados da aplicação dos modelos desenvolvidos nesta dissertação.

---

---

# CAPÍTULO 5

## SIMULAÇÕES E RESULTADOS

### 5.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados da aplicação dos modelos EPEC e Barganha de Nash Multilateral em um sistema teste dotado de 7UHEs, das quais 5 compõem uma cascata. Toda a implementação dos modelos foi desenvolvida no MATLAB em conjunto com os solvers KNITRO, CPLEX, MINOS e CONOPT. Para o caso específico do EPEC, também foi necessário que a implementação fosse compatível com a plataforma Linux, a fim de que cada MPEC pudesse ser solucionado com maior rapidez, por meio de processamento paralelo coordenado pelo CPLEX em um cluster com 6 nós (o que equivale a 72 núcleos lógicos de processamento). Para este capítulo, a divisão das seções é feita da seguinte forma. Na seção 5.2., é apresentada uma descrição mais detalhada do sistema teste e das análises realizadas sobre os resultados obtidos nas simulações realizadas. Na seção 5.3., é feita uma avaliação de como a variação das vazões incrementais às UHEs e o parâmetro exógeno que valora a água remanescente nos reservatórios no último estágio influenciam nos resultados do EPEC, no que diz respeito ao comportamento dos perfis de estratégias, e, também, como a introdução da competição conduz a resultados distintos dos que seriam obtidos em um Tight-Pool. Na seção 5.4., por fim, são avaliados os resultados da aplicação do modelo de Barganha Multilateral de Nash ao sistema teste, considerando como inputs os resultados do Loose-Pool em que as ofertas dos agentes estrategistas são tomadas como aquelas definidas pelo EPEC.

### 5.2. DESCRIÇÃO GERAL DAS SIMULAÇÕES

#### 5.2.1. SISTEMA TESTE

O sistema teste exposto na Figura 5.1 é composto por 32 barramentos e 43 linhas de transmissão que conectam eletricamente 7 UHEs a fio d'água e 32 UTEs. A disposição das

---

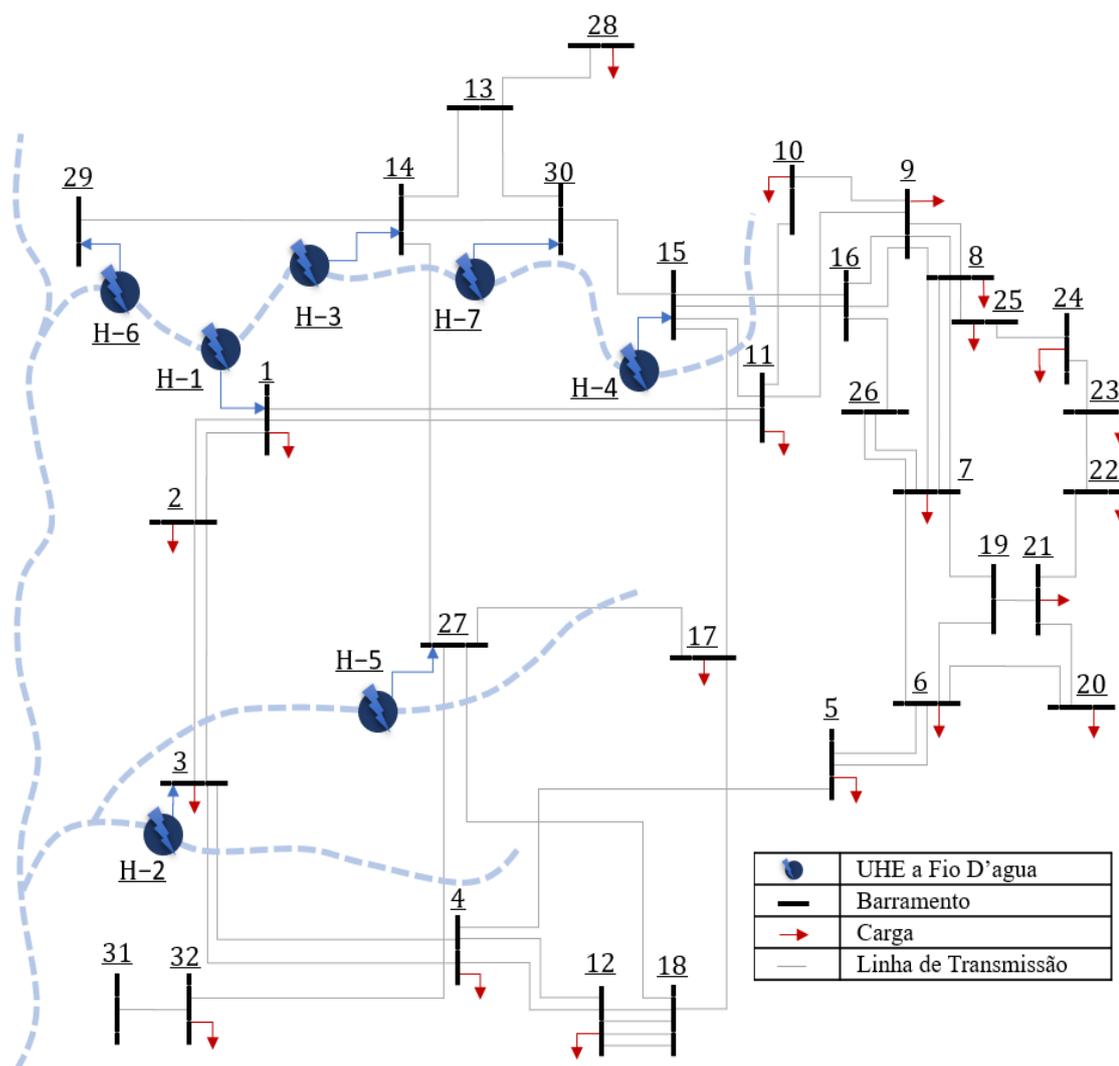


Figura 5.1 - Diagrama unifilar do sistema teste.

Fonte: Modificado de Cicconete (2013).

cargas , usinas hidrelétricas , barramentos e linhas de transmissão no sistema elétrico é apresentada pelo diagrama unifilar, com exceção das UTEs que foram omitidas apesar de haver uma para cada barramento. Neste sistema há acoplamento espacial entre cinco UHEs, que formam uma cascata encabeçada pela usina H-4 seguida pelas usinas H-7, H-3, H-1 e H-6. As UHEs H-2 e H-5, por sua vez, são espacialmente independentes das outras usinas do grupo. Os dados básicos associados a essas usinas, como sua disposição no sistema elétrico e os limites associados às restrições de turbinamento, geração e volume, são detalhados na Tabela 5.1, enquanto que os dados necessários para a construção da FPH e da FPHA, como a produtividade específica, as perdas de queda, os valores de cota mínima e máxima, e os polinômios de cota montante e jusante de cada uma das usinas do sistema estão dispostos nas Tabelas 5.2, 5.3 e 5.4. Os dados associados à rede elétrica, às termelétricas e às cargas são descritos nas Tabelas A.1, A.2 e A.3 do ANEXO A. Neste trabalho considerou-se que as cargas são inelásticas e as

Tabela 5.1 - Dados básicos das UHEs do sistema teste.

Usina	Barra	Coef. Prod. [MW/m <sup>3</sup> ]	Vazão Máxima Turbinável [m <sup>3</sup> /s]	Volume Mínimo [hm <sup>3</sup> ]	Volume Máximo [hm <sup>3</sup> ]	Potência Máxima [MW]
H-1	1	0,1863	1900	1504,5	1912,2	1708
H-2	3	0,1843	2171	1068	1277	1173
H-3	14	0,2472	1537	1976	2244	2110
H-4	15	0,8259	605	461,8	620	541
H-5	27	0,1863	1900	1504,5	1912,2	1708
H-6	29	0,2246	2341	539	677	608
H-7	30	0,2601	1335	2340,5	2738,5	2540

Fonte: Modificado de (ALENCAR, 2015) com base nos dados de (HYDROBYTE SOFTWARE, 2018).

Tabela 5.2 - Dados para construção da FPFA.

Usina	Prod. Específica [MW/ m <sup>3</sup> /s /m]	Perdas [%]	Cota Mínima [m]	Cota Máxima [m]
H-1	0,008829	1,79	356,00	358,50
H-2	0,009143	0,39	282,00	284,00
H-3	0,009143	0,19	256,00	258,00
H-4	0,009025	0,75	493,47	494,87
H-5	0,008917	0,60	59,50	60,75
H-6	0,009221	1,90	171,00	184,00
H-7	0,008909	2,44	250,00	252,00

Fonte: (HYDROBYTE SOFTWARE, 2018).

Tabela 5.3 - Coeficientes dos Polinômios Cota Jusante associados às UHEs do sistema teste.

Usina	A0 [m]	A1 [m/(m <sup>3</sup> /s)]	A2 [m/(m <sup>3</sup> /s) <sup>2</sup> ]	A3 [m/(m <sup>3</sup> /s) <sup>3</sup> ]	A4 [m/(m <sup>3</sup> /s) <sup>4</sup> ]
H-1	2,348130E+02	2,143010E-03	-1,917210E-07	6,763740E-12	0,000000E+00
H-2	2,303000E+02	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
H-3	4,657400E+02	8,719999E-04	-7,379998E-08	6,340000E-12	-1,900000E-16
H-4	9,192000E+01	5,447879E-03	-1,462099E-06	1,930940E-10	-9,652018E-15
H-5	2,348130E+02	2,143010E-03	-1,917210E-07	6,763740E-12	0,000000E+00
H-6	2,580790E+02	7,531590E-04	-1,766100E-08	0,000000E+00	0,000000E+00
H-7	3,230850E+02	4,314847E-03	-2,133360E-06	5,678960E-10	-5,377970E-14

Fonte: (HYDROBYTE SOFTWARE, 2018).

usinas, apesar de serem a fio d'água podem fazer regularização para períodos curtos de tempo, como, por exemplo, de 1 a 3 dias.

Tabela 5.4 - Coeficientes dos Polinômios Cota Montante associados às UHEs do sistema teste.

Usina	A0 [m]	A1 [m/hm <sup>3</sup> ]	A2 [m/(hm <sup>3</sup> ) <sup>2</sup> ]	A3 [m/(hm <sup>3</sup> ) <sup>3</sup> ]	A4 [m/(hm <sup>3</sup> ) <sup>4</sup> ]
H-1	2,464210E+02	7,514460E-03	-7,630050E-07	0,000000E+00	0,000000E+00
H-2	2,394071E+02	1,014314E-02	-2,102801E-07	0,000000E+00	0,000000E+00
H-3	4,174844E+02	9,645407E-02	-4,218842E-05	6,495407E-09	0,000000E+00
H-4	1,159440E+02	1,470541E-01	-6,014363E-05	0,000000E+00	0,000000E+00
H-5	2,464210E+02	7,514460E-03	-7,630050E-07	0,000000E+00	0,000000E+00
H-6	2,715800E+02	2,321480E-02	-7,187000E-06	0,000000E+00	0,000000E+00
H-7	3,390961E+02	9,100244E-03	-8,023466E-07	0,000000E+00	0,000000E+00

Fonte: (HYDROBYTE SOFTWARE, 2018).

Nas simulações realizadas com o modelo EPEC, considera-se a existência de um número de agentes estrategistas igual à quantidade de UHEs do sistema. Cada um deles é responsável por controlar uma única usina, definindo diariamente a potência a ser ofertada ao MO, assim como o preço mínimo que deseja receber por cada MWh, para um horizonte de três dias. Neste esquema, cada uma das suas variáveis de oferta de preço ou potência é expressa por uma expansão composta por 8 variáveis binárias, totalizando assim 16 por estágio de cada MPEC. Para o caso específico da oferta de preço, considera-se que o intervalo a ser discretizado vai de 50 a 400 unidade monetárias para todos os agentes estrategistas. Além disso, considera-se, também, que os agentes detentores de UTEs ofertam a capacidade máxima de geração de suas usinas ao valor definido pelos seus CVUs, ou seja, eles não atuam como agentes estrategistas no modelo. Essa oferta baseada em fontes térmicas é representada de forma

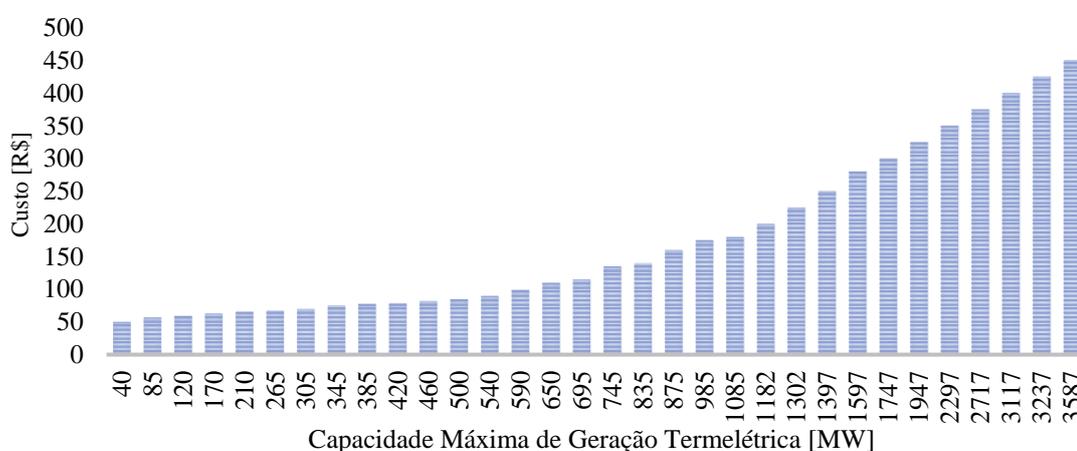


Gráfico 5.1 - Capacidade de geração termelétrica x custo das UTEs do sistema teste.

Fonte: Autoria própria.

Quadro 5.1 - Resumo das considerações feitas para a execução do EPEC.

Número de variáveis binárias por estágio de cada MPEC	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada variável estratégica <math>\hat{p}_{h,t}</math> está associada a oito variáveis binárias <math>x_{i,t,s}</math></li> <li>• Cada variável estratégica <math>\hat{g}_{h,t}</math> está associada a oito variáveis binárias <math>z_{i,t,s}</math></li> </ul>
Limites das variáveis de oferta	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada oferta de preço <math>\hat{p}_{h,t}</math> está limitada a um valor entre 50 e 400 unidades monetárias</li> <li>• Cada oferta de quantidade <math>\hat{g}_{h,t}</math> está limitada a um valor entre 0 e capacidade máxima de geração da UHE <math>i</math></li> </ul>
Quantidade de agentes estrategistas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A cada UHE está associada a um único agente estrategista, o que contabiliza 7 agentes no total</li> </ul>
Oferta dos agentes detentores de UTEs	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada UTE tem sua capacidade máxima de geração ofertada ao valor do seu CVU</li> </ul>
Horizonte considerado no processo de tomada de decisão	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada agente estrategista toma decisões levando em consideração um horizonte de 3 dias com discretização diária</li> </ul>

Fonte: Elaboração própria.

agregada no Gráfico 5.1., enquanto as considerações descritas estão sintetizadas no Quadro 5.1.

Nas simulações realizadas com o modelo de barganha multilateral, considera-se a existência de um número de agentes estrategistas igual à quantidade de UHEs em cascata. Cada um deles tem a liberdade de negociar a totalidade, ou uma fração, da energia contratada de suas usinas pelo MO durante o Loose-Pool. A valoração da energia neste modelo, assim como o montante despachado pelas UHEs e UTEs associadas aos agentes não estrategistas, também segue os valores definidos no Loose-Pool. Além disso, o horizonte levado em consideração neste modelo continua sendo de três dias.

Quadro 5.2 - Resumo das considerações feitas para a execução do modelo de barganha multilateral.

Agentes estrategistas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• São classificados como agentes estrategistas aqueles que participam do processo de negociação, ou seja, os agentes controladores das UHEs em cascata</li> </ul>
Despacho das usinas associada aos agentes não-estrategistas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os agentes não classificados como estrategistas não têm seu esquema de despacho alterado</li> </ul>
Valor da energia	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Continua sendo aquele definido no Loose-Pool</li> </ul>
Horizonte considerado no processo de tomada de decisão	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada agente estrategista toma decisões levando em consideração um horizonte de 3 dias com discretização diária</li> </ul>

Fonte: Elaboração própria.

### 5.2.2. DESCRIÇÃO DOS ESTUDOS

As simulações apresentadas nas próximas seções visam, em linhas gerais, gerar resultados para a avaliação do comportamento estratégico dos produtores, e de como esse mesmo comportamento pode distanciar o sistema de um ponto de operação que maximize o aproveitamento dos recursos disponíveis. Dessa forma, para cada um dos casos definidos na seção 5.3, serão avaliados os seguintes aspectos associados ao ponto de Equilíbrio de Nash determinado por meio do modelo EPEC:

- i. Comportamento do perfil de estratégias de oferta de preço e potência adotado pelas agentes detentores de UHEs;
- ii. Diferenças entre os valores de potência ofertados ao MO com os efetivamente fornecidos;
- iii. Diferença entre a geração do conjunto de UTEs no regime de mercado Loose-Pool, definido pelo EPEC, com relação ao Tight-Pool;
- iv. Diferença entre os volumes médios de água armazenada nos reservatórios no

regime de mercado Loose-Pool, simulado pelo EPEC, com relação ao Tight-Pool.

Em uma segunda parte, também é avaliado se a introdução de um ambiente cooperativo, que permita a realização de negociações entre os agentes com usinas em cascata, é capaz de contribuir positivamente para a redução, ou até mitigação total, das externalidades negativas decorrentes da competição no Loose-Pool. Dessa forma, para os casos definidos na seção 5.4, serão avaliados os seguintes aspectos associados à NBS:

- i. Comportamento dos despachos redefinidos durante o processo de barganha entre os agentes de uma mesma cascata;
- ii. Diferença entre as gerações efetivas das UHEs em cascata definidas no Modelo de Barganha Multilateral com relação ao Loose-Pool e Tight-Pool;
- iii. Diferença entre os volumes médios de água armazenada nos reservatórios definidos no Modelo de Barganha Multilateral com relação ao Loose-Pool e Tight-Pool;

### **5.3. COMPETIÇÃO NO LOOSE-POOL: AVALIAÇÃO DA OFERTA ESTRATÉGICA E COMPARAÇÃO COM O TIGHT-POOL**

No capítulo anterior foi apresentado um modelo matemático capaz de simular um ambiente de mercado do tipo Loose-Pool, em que os agentes detentores de UHEs agem estrategicamente por meio da oferta do par preço/quantidade a um MO. Nesta seção, serão avaliados os resultados da aplicação do modelo EPEC no sistema teste da subseção 5.2.1. segundo as especificações dos dois casos descritos nas próximas seções. Para execução do modelo, foi utilizada a ferramenta de resolução distribuída de MILPPs do CPLEX, cujas especificações dos arquivos de configuração de máquina virtual e parametrização são apresentadas nas Tabelas C.1 e C.2 do ANEXO C.

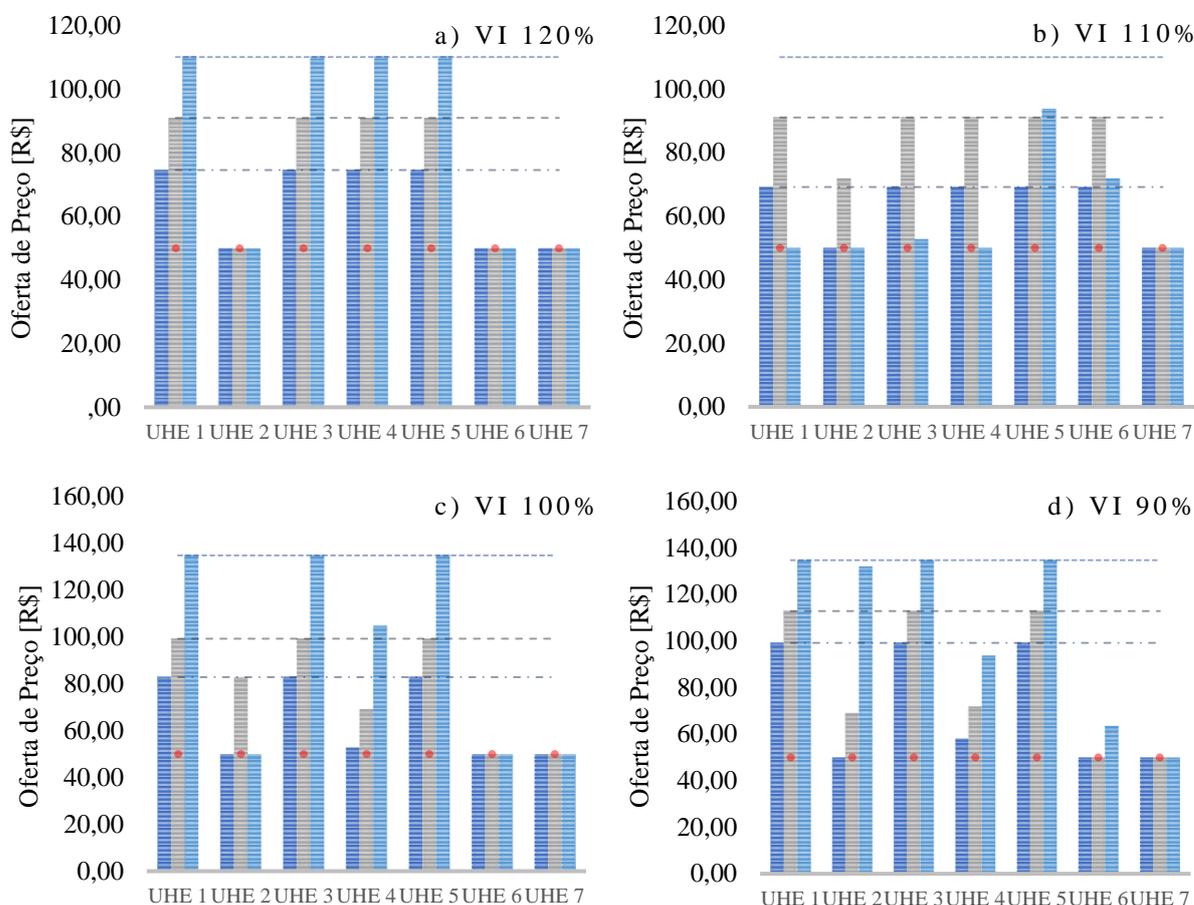
#### **5.3.1. CASO 1: VARIAÇÃO DAS VAZÕES INCREMENTAIS (VI) AOS RESERVATÓRIOS DAS UHEs**

Nesta subseção, avalia-se o comportamento dos agentes estrategistas frente a uma

---

variação nas vazões naturais incrementais aos reservatórios das UHEs a fio d'água. Nestes cenários, considera-se que os reservatórios estão carregados com um volume de água utilizável igual a metade do volume útil, e que as restrições de fluxo de potência são altas o bastante de forma que não haja congestionamento em nenhuma das linhas de transmissão.

No Gráfico 5.2 são apresentadas as ofertas de preço associadas a cada uma das UHEs do sistema teste para os cenários de vazão incremental percentual VI a), b), c), d) e e), sendo o cenário base desse caso definido como o c), em que as ofertas de preço são representadas para cada estágio, ou seja, para cada período de 1 dia. Neste gráfico também são apresentadas as curvas que referenciam os LMPs médios, detalhados na Tabela 5.5, para cada um dos estágios considerados. Os resultados mostram que os agentes controladores das UHEs 1, 3, 4 e 5 ofertam preços no mesmo nível definido pelos LMPs nos cenários a), c), d) e e), com exceção do agente controlador da UHE 4 que apresenta esse comportamento apenas no cenário com maiores vazões incrementais a). Além disso, verifica-se que as ofertas de preço destes agentes aumentam o de acordo com o crescimento da carga nos estágios 1, 2 e 3 que são especificadas na Tabela A.3 do Apêndice A. No cenário b), verifica-se que nenhum dos agentes estrategistas



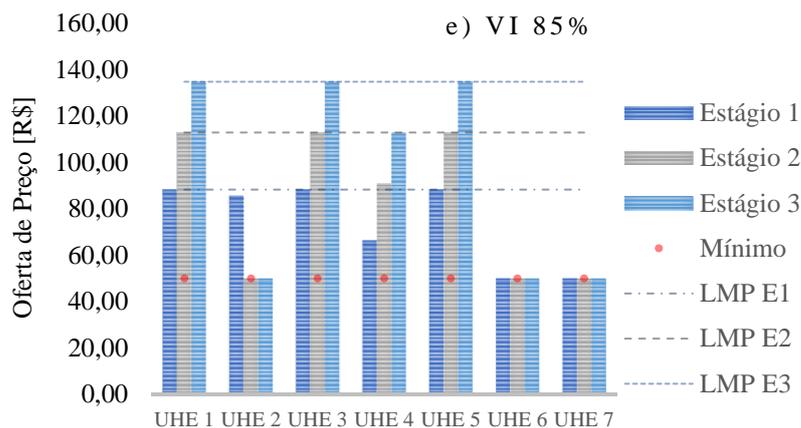


Gráfico 5.2 - Ofertas de preço realizadas pelos agentes estrategistas em cenários com distintas VIs.

Fonte: Autoria própria.

detém a usina marginal, ficando a cargo da UTE mais cara despachada definir o preço da energia. Os outros agentes estrategistas do grupo, por sua vez, optam por garantir o despacho de toda sua potência ofertada por meio de ofertas de preços menores que, em alguns casos, chegam ao limite inferior pré-definido, como ocorre para os casos das UHEs 2, 4, 6 e 7. Tais resultados indicam que, o grupo formado pelos agentes 1, 3 e 5 tenta alavancar os LMPs por meio de ofertas de preço mais caras, mas não caras a ponto de comprometer a participação de suas UHEs no esquema de despacho definido pelo MO. A lógica desta estratégia consiste em aumentar o preço e, conseqüentemente, reduzir a potência efetivamente despachada enquanto for economicamente benéfico ao agente. Como consequência disso, observa-se que parte da geração que deveria ser alocada a tais UHEs, caso elas tivessem ofertados preços suficientemente pequenos, é na verdade alocada a UTEs com CVUs mais baixos. Ademais, é verificado que esse comportamento se intensifica conforme há redução das vazões incrementais, conduzindo ao crescimento dos LMPs médios da Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – LMPs médios associados ao sistema teste em cenários com distintas VIs.

VI [%]	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3
120	74,61	91,02	110,16
110	69,14	91,02	110,00
100	82,81	99,22	134,77
90	99,22	112,89	134,77
85	88,28	112,89	134,77

Fonte: Autoria própria.

No Gráfico 5.3 são apresentadas as ofertas de potência associadas aos cenários de vazão incremental variável VI. Observa-se que, para quase todas as UHEs em quase todos os cenários, os agentes estrategistas ofertam um valor de potência igual a capacidade máxima de suas usinas. A única variação significativa ocorre para a UHE 4 encabeçadora da cascata, atingindo os valores de -11%, -7%, -9% e -35% para o terceiro estágio no cenário b) e,

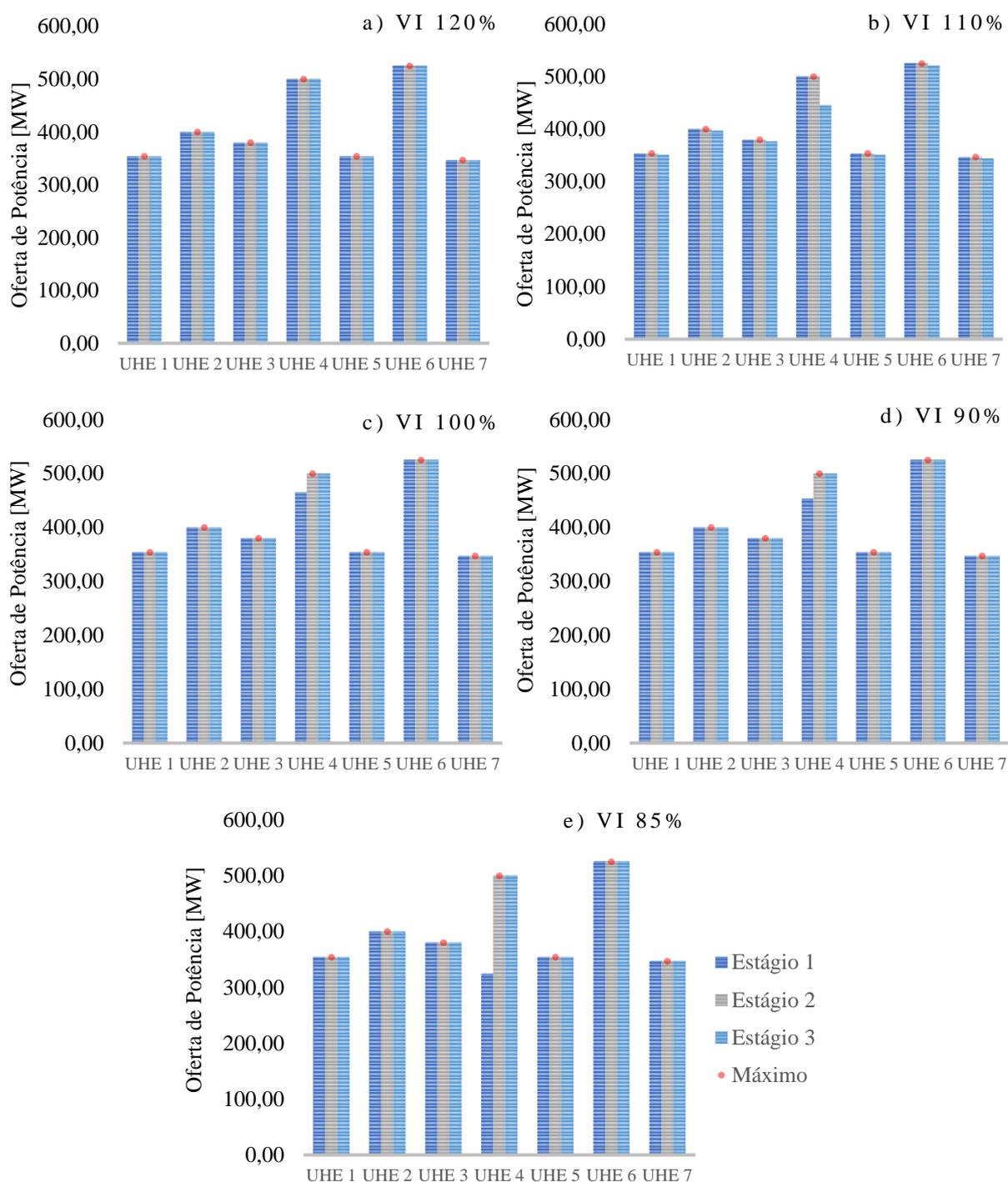


Gráfico 5.3 - Ofertas de potência realizadas pelos agentes estrategistas em cenários com distintas VIs.

Fonte: Autoria própria.

respectivamente, para os primeiros estágios dos cenários c), d) e e). Esses resultados mostram que, de forma geral, os agentes estrategistas optam por não restringir suas ofertas de potência ao MO, limitando-se, portanto, a atuação estratégica por meio do preço.

No Gráfico 5.4 são apresentados os despachos efetivos médios realizados por cada uma das usinas, para cada estágio e cenário de vazão incremental. Em seus subgráficos observa-

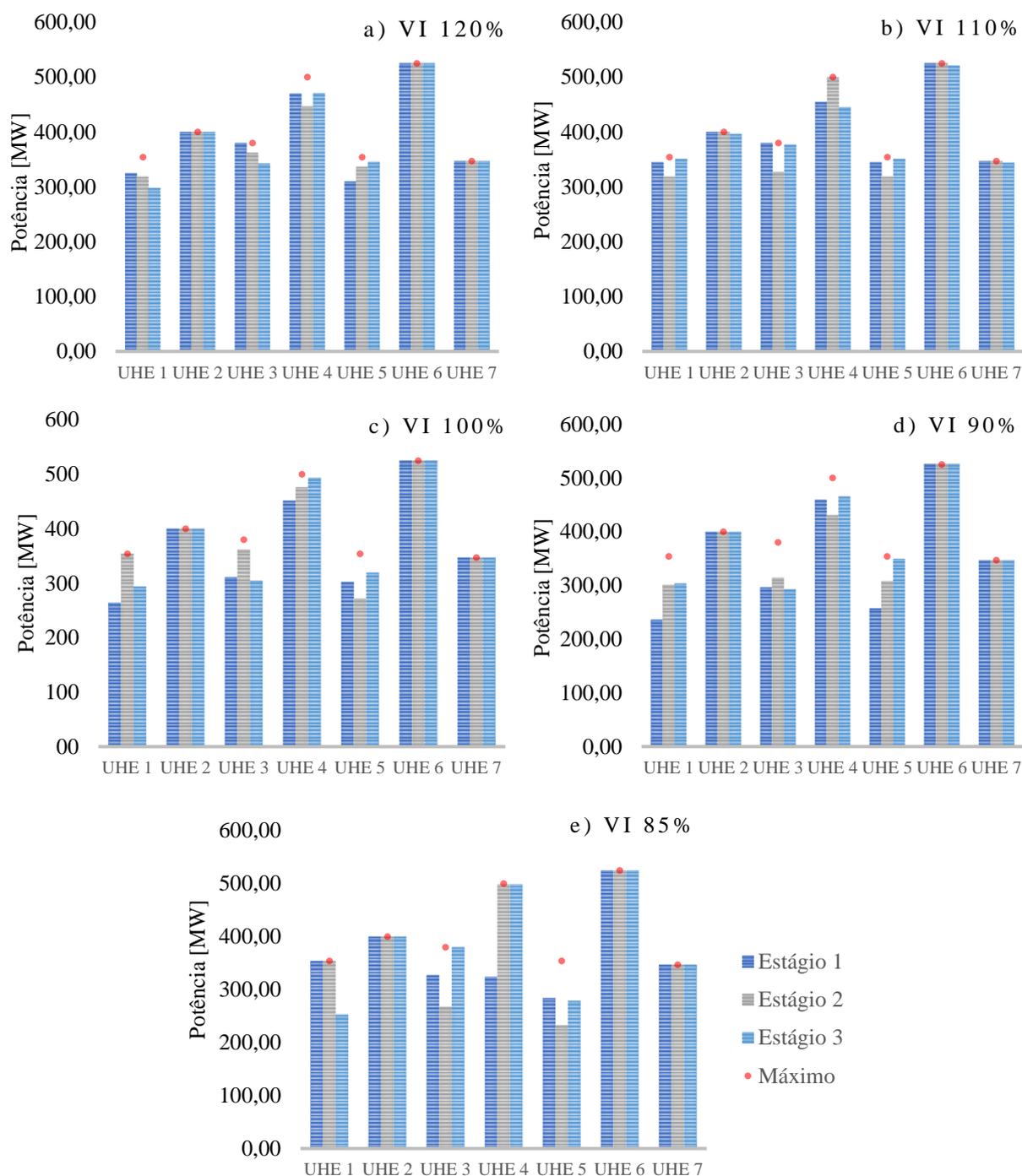


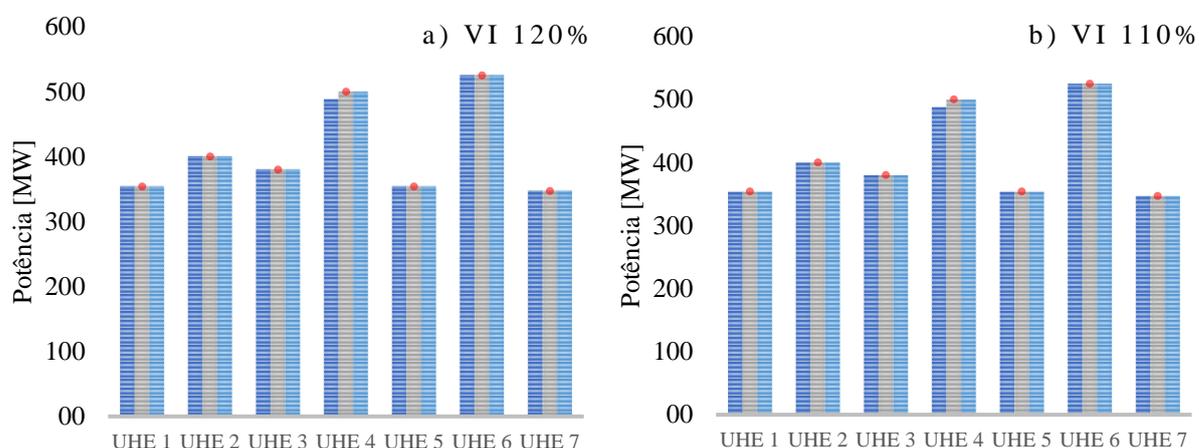
Tabela 5.6 - Diferença percentual entre o despacho efetivo médio e as ofertas de potência em cenários com distintas VIs.

Usina	Vazão Incremental [%]				
	120	110	100	90	85
H-1	-11.40%	-4.19%	-14.09%	-20.79%	-9.43%
H-2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
H-3	-4.85%	-4.66%	-14.25%	-20.67%	-14.46%
H-4	-7.49%	-3.17%	-2.99%	-6.77%	-0.21%
H-5	-6.63%	-4.19%	-15.83%	-13.87%	-25.01%
H-6	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
H-7	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Total	-4.19%	-2.20%	-6.13%	-8.23%	-6.35%

Fonte: Autoria própria.

se que as usinas marginais não costumam operar na capacidade máxima de produção como ocorre para as UHEs 2, 6 e 7. As diferenças percentuais entre estes despachos e as ofertas de potência são apresentadas na Tabela 5.6, onde se verifica que as variações mais significativas ocorrem para o caso das usinas marginais, chegando a atingir valores mínimos de -20,79%, -20,67% e -7,49% e -25,01% para as UHEs 1, 3, 4 e 5 em estágios distintos. No entanto, quando se leva em consideração todo o conjunto de UHEs, as diferenças sobem para valores entre -2,20% e -8,23%, o que indica que, em ordem geral, a variação entre as ofertas realizadas e aceitas é pequena.

No regime de mercado Loose-Pool, composto por um grupo de agentes estrategistas que ofertam ao MO, é esperado que o resultado do despacho final seja diferente daquele que seria obtido em um regime de mercado do tipo Tight-Pool, no qual as ofertas do par preço/quantidade são substituídas pela declaração de CVU e disponibilidade das usinas. A fim de verificar tais diferenças, foram realizadas simulações para a comparação dos resultados associados a tais estruturas. No Gráfico 5.5 é apresentado o despacho efetivo das usinas em um



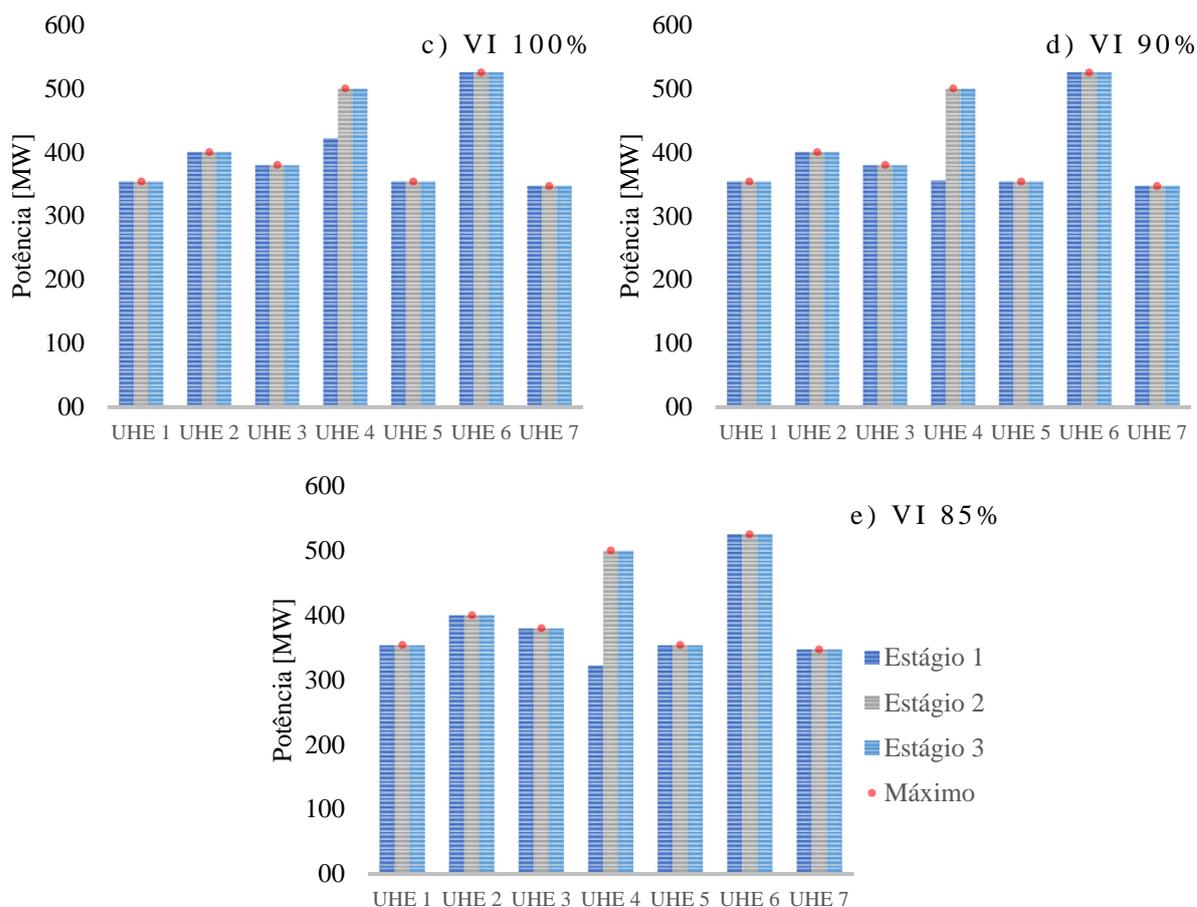


Gráfico 5.5 – Despacho efetivo das UHEs no Tight-Pool para cenários com distintas VIs.

Fonte: Autoria própria.

regime de mercado Tight-Pool, os subgráficos apresentam grande semelhança com as ofertas de potência apresentada no Gráfico 5.3. Na Tabela 5.7 é apresentada uma comparação entre os despachos efetivos médios obtidos pelo EPEC com relação ao despacho que seria obtido no modelo Tight-Pool. Os resultados mostram que as UHEs 1, 3, 4 e 5, são as usinas cujas variações individuais no despacho são mais representativas, atingindo valores de -20,79%, -20,66%, -6,71% e -15,83%, respectivamente. No entanto, quando o conjunto total de UHEs é considerado, a variação total sobe para porcentagens entre -2,89% e -7,15%, o que representa uma diferença pequena. Além disso, observa-se que as diferenças mais significativas ocorrem para os cenários com valores menores de vazão incremental.

Com a redução da participação das hidrelétricas, é natural inferir que, como consequência direta disto, a contribuição das UTEs no suprimento da carga deve aumentar. Os Gráficos 5.6 e 5.7 apresentam para cada estágio e cenário de vazão incremental o total dos despachos efetivos médios das UTEs obtidos no Tight-Pool e pelo EPEC. Os resultados mostram que, em todos os cenários, a contribuição das UTEs obtidas por meio do EPEC é

Tabela 5.7 - Diferença percentual entre o despacho efetivo médio das UHEs definido pelo EPEC com relação ao obtido em um Tight-Pool em cenários com distintas VIs.

Usina	Vazão Incremental [%]				
	120	110	100	90	85
H-1	-11.39%	-4.43%	-14.08%	-20.79%	-9.42%
H-2	0.00%	-0.26%	0.00%	0.00%	0.00%
H-3	-4.83%	-4.90%	-14.24%	-20.66%	-14.44%
H-4	-6.71%	-5.92%	0.00%	0.00%	0.00%
H-5	-6.63%	-4.43%	-15.83%	-13.87%	-25.01%
H-6	0.00%	-0.26%	0.00%	0.00%	0.00%
H-7	0.00%	-0.26%	0.00%	0.00%	0.00%
Total	-4.04%	-2.89%	-5.65%	-7.15%	-6.31%

Fonte: Autoria própria.

superior à obtida no regime de mercado Tight-Pool. A Tabela 5.8 apresenta as diferenças percentuais entre tais contribuições para cada estágio e cenário, tais resultados mostram que a variação do despacho de UTEs nos estágios atinge valores altos e até superiores a 50%. Quando são avaliados os estágios de forma conjunta, esta diferença fica entre 21,6% e 47,1%. Ademais, verifica-se que as diferenças mais significativas estão associadas aos cenários com menores vazões incrementais.

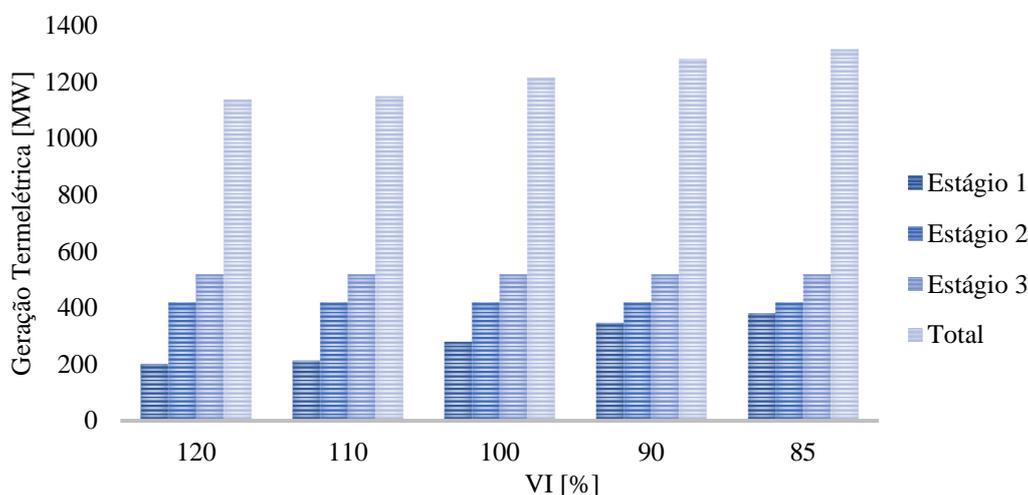


Gráfico 5.6 – Despacho efetivo das UTEs no Tight-Pool para cenários com distintas VIs.

Fonte: Autoria própria.

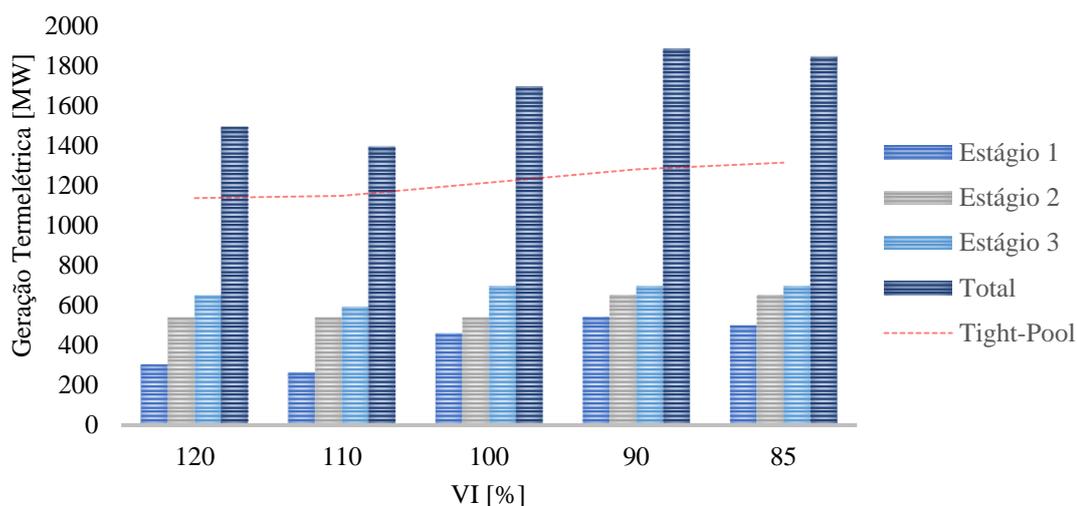


Gráfico 5.7 – Despacho efetivo médio das UTEs em cenários com distintas VIs.

Fonte: Autoria própria.

Tabela 5.8 - Diferença percentual entre o despacho efetivo médio das UTEs definido pelo EPEC com relação ao obtido em um Tight-Pool em cenários com distintas VIs.

VI [%]	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3	Total
120	51,1%	29,6%	25,3%	31,5%
110	24,2%	29,6%	14,0%	21,6%
100	64,5%	29,6%	33,9%	39,5%
90	56,0%	56,0%	33,9%	47,1%
85	31,8%	56,0%	33,9%	40,3%

Fonte: Autoria própria.

O Gráfico 5.8 apresenta os volumes médios de água nos reservatórios das UHEs para cada um dos estágios considerados, enquanto a Tabela 5.9 apresenta a variação percentual entre os volumes médios de água nos reservatório no modelo EPEC com relação ao Tight-Pool, para cenários de vazões incrementais distintos. Os resultados evidenciam que, para todos os cenários, apenas a UHE 6 apresenta comportamento uniforme com variações positivas. Já as UHEs 1 e 2, apresentam variações positivas e crescentes com a redução de VI, enquanto as UHEs 3, 4 e 7 apresentam variações predominantemente negativas. Quando se analisa tais diferenças para o grupo de UHEs como um todo, verifica-se que tais variações tendem a assumir valores positivos e maiores com a redução das vazões incrementais, isso indica que o aumento da variação percentual entre os despachos médios de potência efetiva das UHEs nos cenários de vazões mais baixa não é decorrente, apenas, da redução das afluências, mas também devido ao aumento do armazenamento percentual de água nestes cenários.

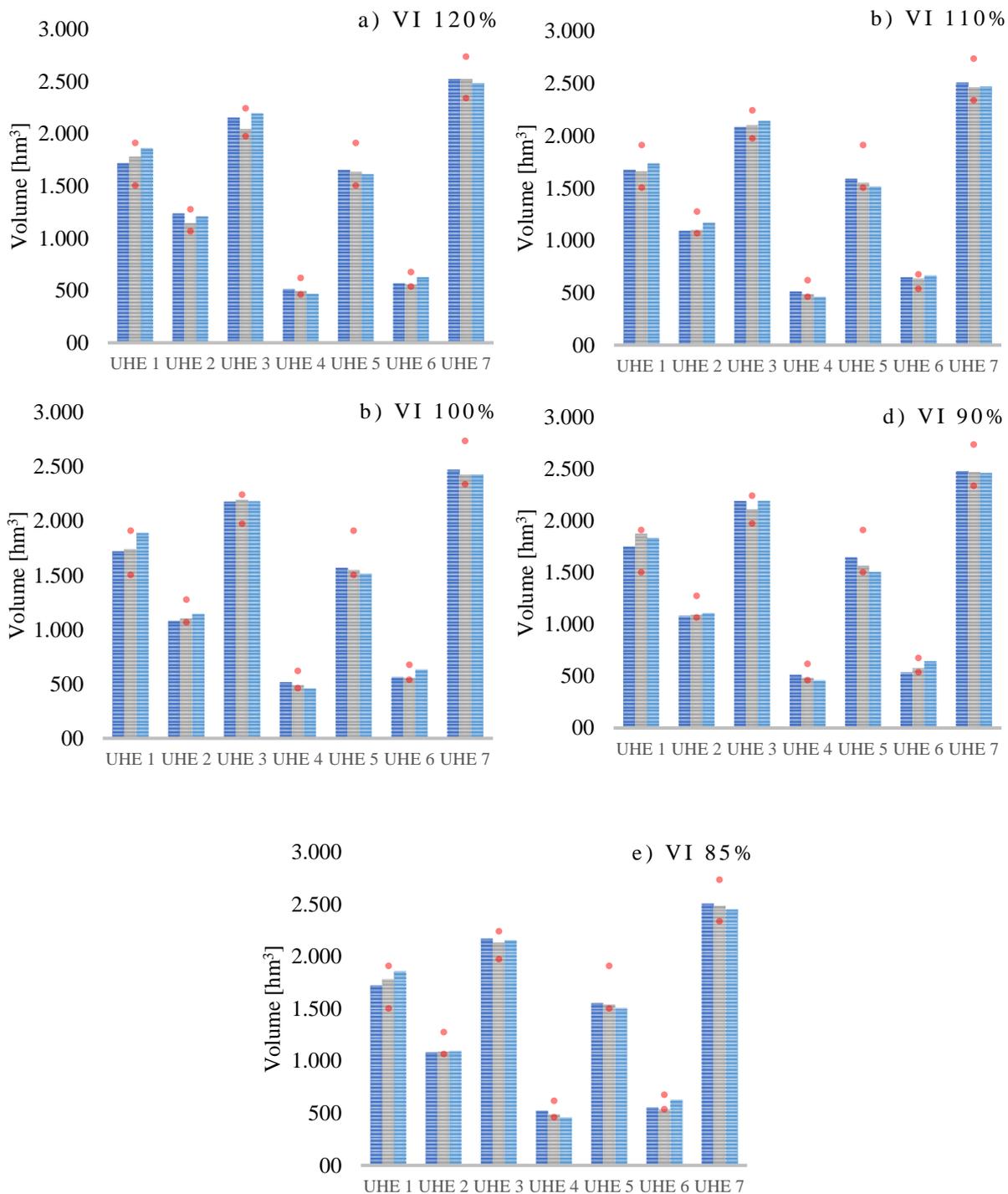


Gráfico 5.8 - Volume médio dos reservatórios das UHEs para cenários com distintas VIs.

Fonte: Autoria própria.

Tabela 5.9 – Diferença percentual entre o volume médio de água nos reservatórios definido pelo EPEC com relação ao Tight-Pool em cenários com distintas VIs.

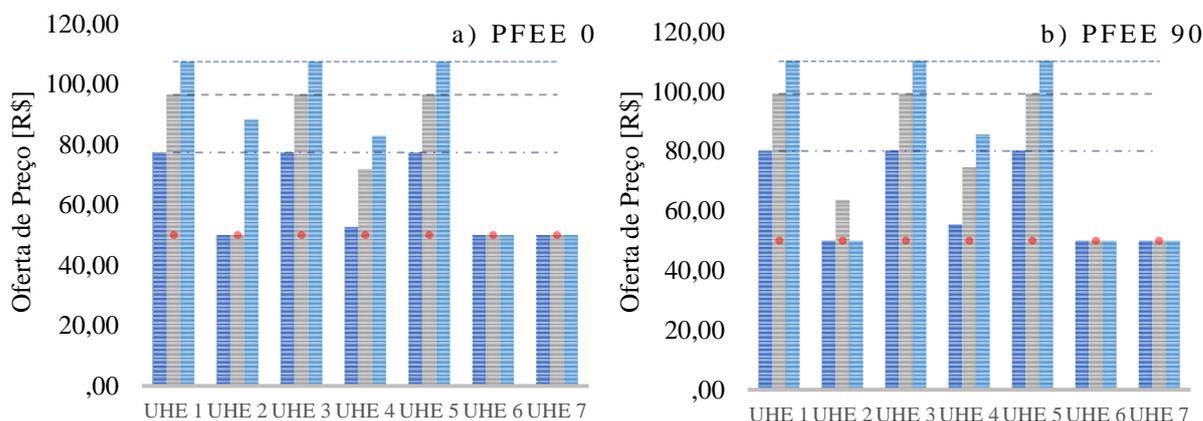
Usina	Vazão Incremental [%]				
	120	110	100	90	85
H-1	0.86%	-4.57%	13.86%	17.44%	15.60%
H-2	-5.87%	-0.77%	0.17%	0.96%	1.49%
H-3	-5.05%	2.22%	-2.63%	-2.54%	-2.98%
H-4	0.50%	-0.10%	-0.25%	-0.98%	-0.02%
H-5	1.38%	-2.95%	-1.80%	0.14%	-2.30%
H-6	3.74%	16.12%	8.90%	9.09%	7.02%
H-7	4.67%	-2.97%	2.17%	-1.76%	-0.91%
Total	-0.15%	-0.76%	2.32%	2.27%	1.71%

Fonte: Autoria própria.

### 5.3.2. CASO 2: VARIAÇÃO DO PREÇO FUTURO DA ENERGIA ELÉTRICA (PFEE)

Nesta subseção, avalia-se os resultados obtidos considerando a variação do termo exógeno que valora a água remanescente nos reservatórios das UHEs ao final do último estágio (PFEE), que, na prática pode ser fornecido por meio de programas de otimização de ofertas à médio prazo. Nestes cenários considera-se que os reservatórios estão carregados com um volume de água utilizável igual a metade do volume útil, e que as restrições de fluxo de potência são altas o bastante de forma que não haja congestionamento em nenhuma das linhas de transmissão.

No Gráfico 5.9 são apresentadas as ofertas de preço associadas a cada uma das UHEs do sistema teste para os cenários de PFEE a), b), c), d) e e). Neste gráfico também são apresentadas as curvas que referenciam os LMPs, detalhados na Tabela 5.10, para cada um dos



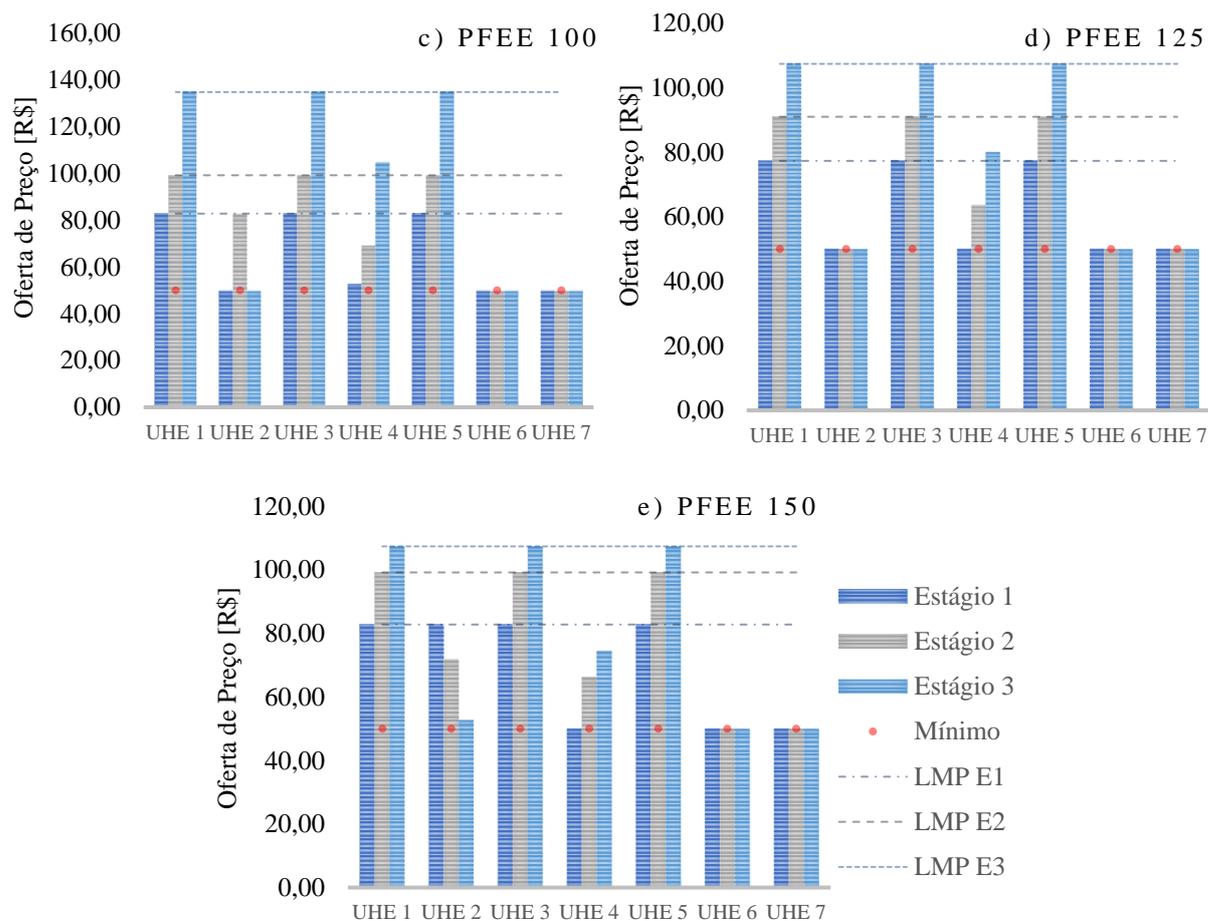


Gráfico 5.9 - Ofertas de preço realizadas pelos agentes estrategistas em cenários com distintos PFEEs.

Fonte: Autoria própria.

estágios. Os resultados mostram que os agentes controladores das UHEs 1, 3 e 5 ofertam preços no mesmo nível definido pelos LMPs em todos os cenários avaliados, o que as torna produtores marginais do sistema. Os outros agentes estrategistas do grupo, por sua vez, optam por garantir o despacho de toda sua potência ofertada por meio de ofertas de preços menores que, em alguns casos, chegam ao limite inferior pré-definido, como ocorre para os casos das UHEs 2, 4, 6 e 7. De forma similar ao verificado no caso apresentado na seção anterior, o grupo formado pelos agentes 1, 3 e 5 tenta alavancar os LMPs por meio de ofertas de preço mais caras, mas não caras

Tabela 5.10 - LMPs médios associados ao sistema teste em cenários com distintos PFEEs.

PFEE [R\$]	Estágio 1 – E1	Estágio 2 – E2	Estágio 3 – E3
0	77,34	96,48	107,42
90	80,07	99,22	110,16
100	82,813	99,219	134,77
125	77,34	91,01	107,42
150	82,81	99,22	107,42

Fonte: Autoria própria.

a ponto de comprometer a participação de suas UHEs no esquema de despacho definido pelo MO. A lógica desta estratégia consiste em aumentar o preço e, conseqüentemente, reduzir a potência efetivamente despachada enquanto for economicamente benéfico ao agente. Como consequência disso, observa-se que parte da geração que deveria ser alocada a tais UHEs, caso elas tivessem ofertados preços suficientemente pequenos, é na verdade alocada a UTEs com CVUs mais baixos.

No Gráfico 5.10 são apresentadas as ofertas de geração associadas aos cenários de

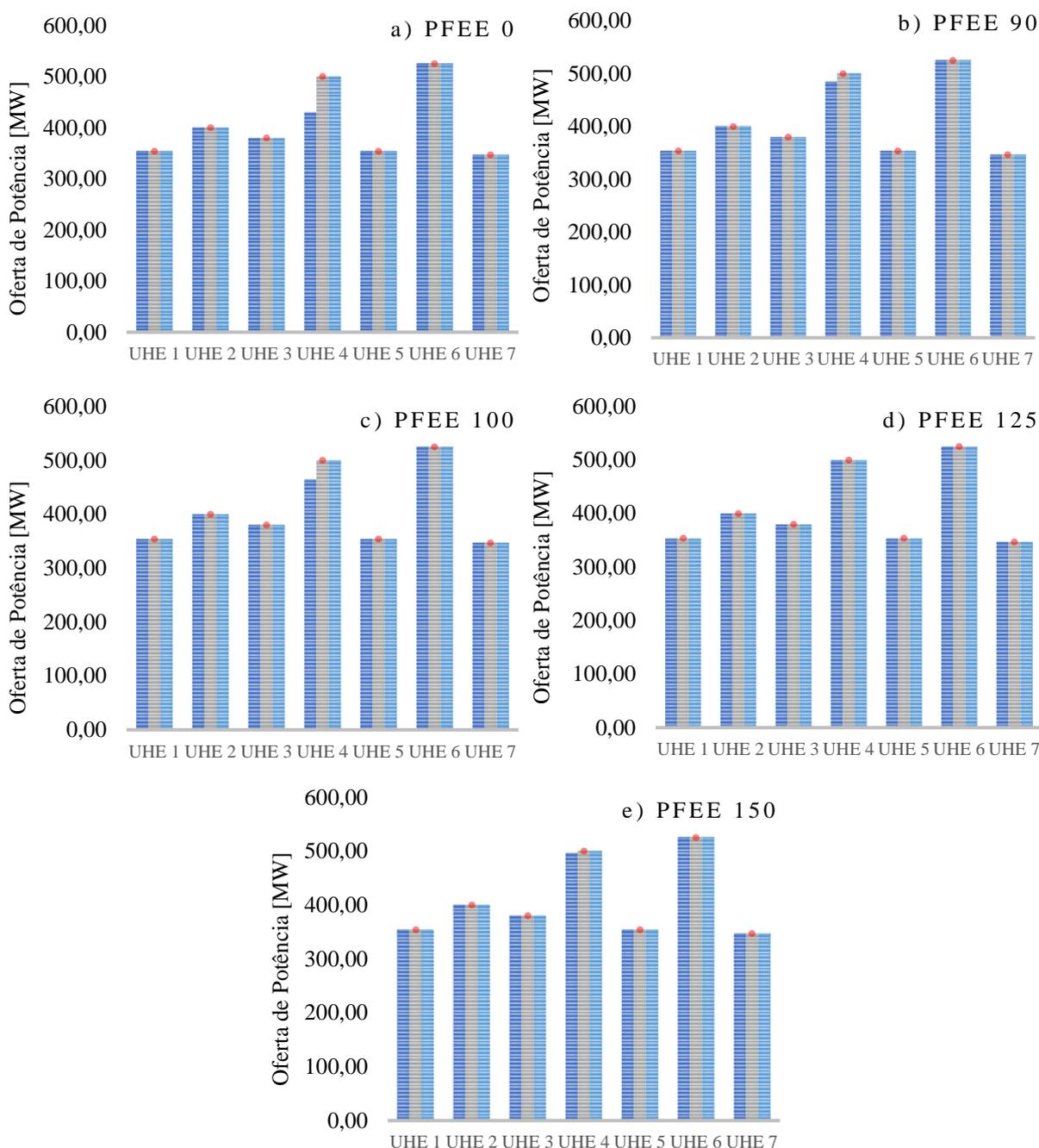
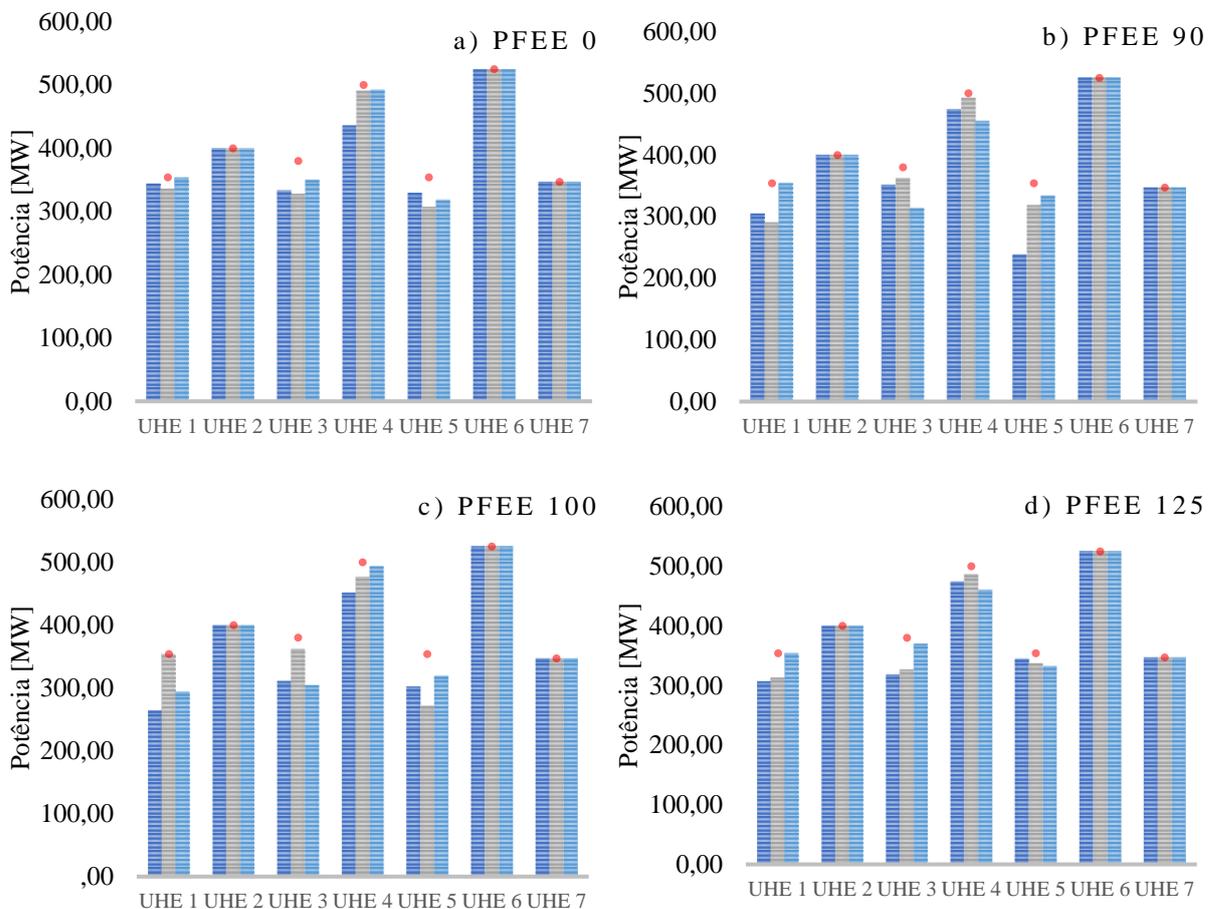


Gráfico 5.10 - Ofertas de potência realizadas pelos agentes estrategistas em cenários com distintos PFEEs.

Fonte: Autoria própria.

PFEE. Observa-se que, de forma similar ao relatado na seção anterior, para quase todas as UHEs em quase todos os cenários, os agentes estrategistas ofertam um valor de potência igual a capacidade máxima de suas usinas. A única variação significativa continua ocorrendo para a UHE 4, atingindo valores de -14%, -3% e -7% para os primeiros estágios dos casos a) e b) e c). Esses resultados mostram que, de forma geral, os agentes estrategistas optam por não restringir suas ofertas de potência ao MO, limitando-se, portanto, a atuação estratégica por meio do preço, de forma similar ao que foi proposto por Bertrand em seu modelo de oligopólio.

No Gráfico 5.11 são apresentados os despachos efetivos médios realizados por cada uma das usinas, para cada estágio e cenário de PFEE. Em seus subgráficos observa-se que as usinas marginais não costumam operar na capacidade máxima de produção como ocorre para as UHEs 2, 6 e 7. As diferenças percentuais entre estes despachos e as ofertas de potência são apresentadas na Tabela 5.11, onde se verifica que as variações mais significativas ocorrem, também, para o caso das usinas marginais, chegando a atingir valores mínimos de -14,09%, -14,25%, -5,26% e -16,04% para as UHEs 1, 3, 4 e 5, respectivamente. No entanto, quando se



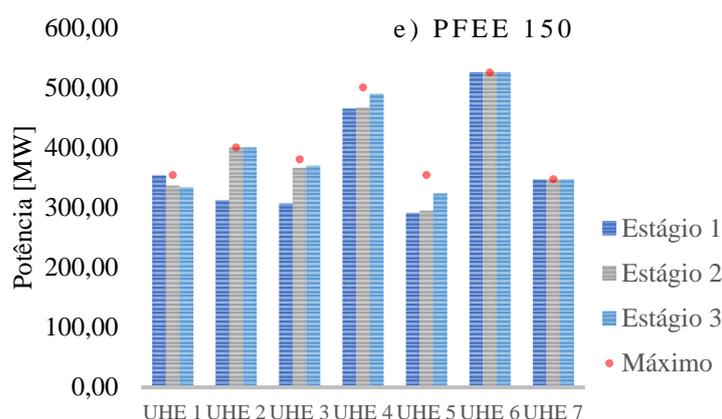


Gráfico 5.11 - Despacho efetivo médio das UHEs em cenários com distintos PFEEs.

Fonte: Autoria própria.

Tabela 5.11 – Diferença percentual entre o despacho efetivo médio das UHEs e as ofertas de potência em cenários com distintos PFEEs.

Usina	PFEE [R\$]				
	0	90	100	125	150
H-1	-2,55%	-10,59%	-14,09%	-8,28%	-3,58%
H-2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-7,29%
H-3	-11,19%	-9,86%	-14,25%	-10,93%	-8,52%
H-4	-0,60%	-4,26%	-2,99%	-5,26%	-5,01%
H-5	-9,94%	-16,04%	-15,83%	-4,49%	-14,37%
H-6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
H-7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Total	-3,16%	-5,35%	-6,13%	-3,95%	-5,25%

Fonte: Autoria própria.

leva em consideração todo o conjunto de UHEs, as diferenças sobem para valores entre -3,16% e -6,13%, o que indica que em ordem geral a variação entre as ofertas realizadas e aceitas é pequena.

No regime de mercado Loose-Pool em que há agentes estrategistas atuando, é esperado que o resultado do despacho final definido pelo MO seja diferente daquele que seria obtido em um regime de mercado do tipo Tight-Pool, em que as ofertas do par preço/quantidade são substituídas pela declaração de CVU e disponibilidade. A fim de verificar tais diferenças, foram feitas simulações para a comparação dos resultados associados a tais estruturas. Na Tabela 5.12 é apresentada uma comparação entre os despachos médios efetivos obtidos pelo EPEC com relação aos despachos que seria obtido no modelo Tight-Pool. Os resultados mostram que as UHEs 1, 3, e 5, associadas aos produtores marginais, são as usinas cujas variações individuais no despacho são mais representativas. No entanto, quando o sistema inteiro é considerado, a

Tabela 5.12 - Diferença percentual entre o despacho efetivo médio das UHEs definido pelo EPEC com relação ao obtido em um Tight-Pool em cenários com distintos PFEEs.

Usina	PFEE [R\$]				
	0	90	100	125	150
H-1	-2,54%	-10,58%	-14,08%	-8,27%	-3,57%
H-2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-7,29%
H-3	-11,18%	-9,85%	-14,24%	-10,92%	-8,51%
H-4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
H-5	-9,93%	-16,03%	-15,83%	-4,49%	-14,36%
H-6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
H-7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Total	-3,06%	-4,65%	-5,65%	-3,06%	-4,41%

Fonte: Autoria própria.

variação total assume porcentagens entre -3,06% e -5,65%, o que corresponde a uma pequena diferença entre o despacho das UHEs nos dois modelos.

No Gráfico 5.12 é apresentado para cada estágio e cenário de PFEE o total dos despachos efetivos médios das UTEs obtidos pelo EPEC, e a curva que define o despacho total destas mesmas usinas no Tight-Pool. Os resultados mostram que em todos os cenários a contribuição das UTEs obtida por meio do EPEC é superior à que seria obtida no regime de mercado Tight-Pool. A Tabela 5.13 apresenta as diferenças percentuais entre tais contribuições para cada estágio e cenário, tais resultados mostram que a variação do despacho de UTEs nos estágios atinge valores altos e até superiores a 50%. Entretanto, quando são avaliados os estágios de forma conjunta, esta diferença estabelece-se entre 21,4% e 39,5%. Ademais, verifica-se que as diferenças mais significativas estão associadas aos cenários com PFEE 90 e 100.

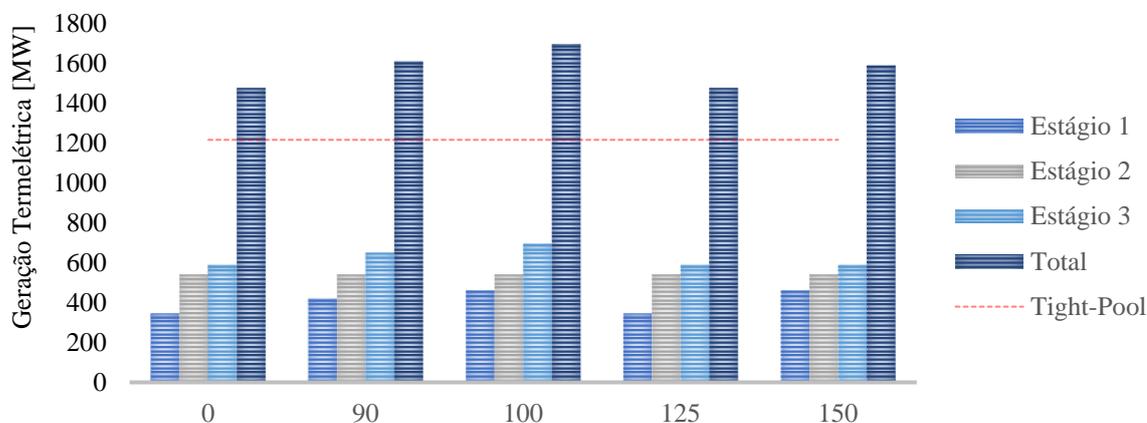


Gráfico 5.12 - Despacho efetivo médio das UTEs em cenários com distintos PFEEs.

Fonte: Autoria própria.



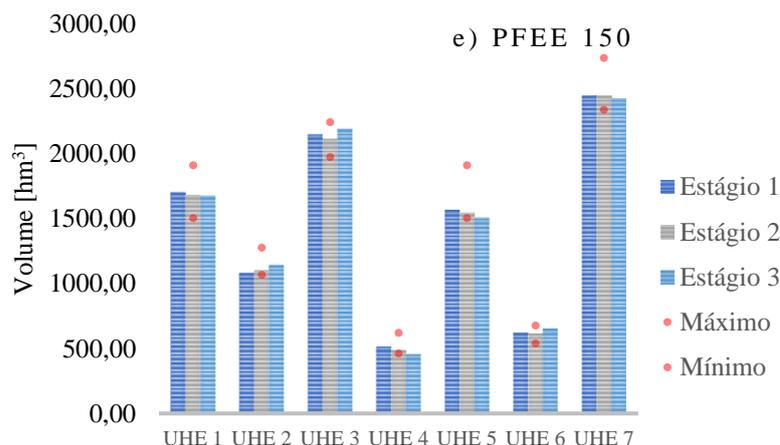


Gráfico 5.13 - Volume médio dos reservatórios das UHEs para cenários com distintos PFEEs.

Fonte: Autoria própria.

nos volumes médios de seus reservatórios. Quando se analisa tais diferenças para o grupo de UHEs como um todo, as variações assumem valores sempre positivos, o que indica que, no sistema em geral, os agentes estrategistas tendem a manter mais água em seus reservatórios. O que é condizente com os resultados, anteriormente expostos, que apontam um crescimento na participação de UTEs no despacho efetivo.

Tabela 5.14 – Diferença percentual entre o volume médio de água nos reservatórios, durante o período T, definido pelo EPEC com relação ao Tight-Pool em cenários com distintos PFEEs.

Usina	PFEE [R\$]				
	0	90	100	125	150
H-1	8.98%	15.35%	13.86%	9.01%	7.94%
H-2	-2.52%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%
H-3	-2.90%	-6.70%	-2.63%	-1.63%	-4.04%
H-4	-0.15%	-0.69%	-0.25%	-0.65%	-0.38%
H-5	-1.94%	-1.22%	-1.80%	-0.97%	-1.82%
H-6	11.35%	12.45%	8.90%	14.79%	17.48%
H-7	3.26%	4.28%	2.17%	2.46%	2.19%
H-1	1.57%	2.41%	2.32%	2.28%	1.53%

Fonte: Autoria própria.

### 5.3.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos por meio do EPEC, solucionado através do método iterativo de Gauss-Seidel, configuram Pontos de Equilíbrio de Nash em que nenhum dos agentes estrategistas é incentivado a alterar suas ofertas. Dependendo do sistema sob análise, das

condições iniciais consideradas e da ordem que os agentes estrategistas ofertam ao MO, é possível que existam soluções múltiplas para o jogo, assim como nenhuma solução. Para o caso de múltiplas soluções, não existe um critério geral que identifique a solução com maior probabilidade de ocorrência. Nesta dissertação optou-se por avaliar o ponto de equilíbrio obtido por meio de uma sequência de ofertas que segue a numeração das usinas hidrelétricas controladas pelos agentes estrategistas, sendo, ainda, o vetor de ofertas iniciais constituído pelos valores de capacidade máxima de produção das UHEs e limite máximo da oferta de preço no mercado.

Com base nos resultados obtidos por meios dos dois casos foi possível verificar que as ofertas de preço e potência realizadas pelos agentes estrategistas afetam diretamente o despacho final das usinas do sistema definido pelo MO, assim como o valor do preço da energia formado. As Tabelas 5.7 e 5.12 mostram que o interesse dos produtores em maximizar seu lucro resulta em uma menor participação de algumas UHEs no despacho final, o que, por sua vez, acarreta um crescimento da participação de UTEs. Em função disso, também foi verificado um aumento no percentual de água armazenada no sistema de reservatórios dos dois casos tratados. Para o caso 1, observa-se que, além da ação estratégica dos produtores, o decréscimo no valor da vazão incremental aos reservatórios também contribuiu para o aumento no despacho de UTEs no Loose-Pool, assim como no aumento da variação percentual entre o despacho efetivo definido pelo MO neste mercado com relação ao Tight-Pool, conforme mostram o Gráfico 5.7 e a Tabela 5.8. Em função disso é possível afirmar que a quantidade de água que aflui aos reservatórios das UHEs é um dos fatores que influenciam no modo como os agentes estrategistas ofertam e, conseqüentemente, como distanciam o ponto de operação do sistema do definido pelo Tight-Pool.

No que diz respeito ao comportamento estrategista dos agentes, os gráficos de ofertas de preço, Gráfico 5.2 e Gráfico 5.9, e potência, Gráfico 5.3 e Gráfico 5.10, revelam que os produtores têm preferência pela ação estratégica por meio do preço. Ainda por meio destes gráficos, é perceptível a segregação dos agentes em dois grupos. O primeiro deles é composto pelos detentores das UHEs 1, 3 e 5 que, recorrentemente, agem de forma a alavancar o preço por meio de ofertas mais elevadas que, muitas das vezes, consistem nos lances que definem o LMP dos barramentos. O segundo grupo, por outro lado, constituído pelas usinas 2, 4, 6 e 7 segue o padrão de oferta de preços menores que, algumas vezes, atingem o limite inferior estabelecido no modelo. No que diz respeito a oferta de quantidade, todos os produtores agem de forma semelhante ofertando potências próximas aos seus valores máximos. Entretanto, como

consequência direta da oferta de preços mais altos, os produtores do primeiro grupo não têm toda a sua potência ofertada despachada, o que conduz a maiores variações percentuais entre tais a potência ofertada e a potência efetiva média, conforme pode ser observado nas Tabelas 5.7 e 5.11.

#### **5.4. BARGANHA MULTILATERAL DE NASH: AVALIAÇÃO DA OFERTA ESTRATÉGICA E COMPARAÇÃO COM O LOOSE-POOL E TIGHT-POOL**

No capítulo anterior foi apresentado um modelo matemático capaz de simular um ambiente cooperativo em que os agentes detentores de usinas situadas em uma mesma cascata negociam entre si, seus objetivos consistem em definir acordos que conduzam a maximização de seus payoffs por meio do melhor aproveitamento dos recursos disponíveis na cascata. Nesta seção, serão avaliados os resultados da aplicação deste modelo no sistema teste da subseção 5.2.1. da forma apresentada pelo diagrama da Figura 5.2. Neste esquema, o processo inicia pela execução do modelo EPEC responsável por determinar os perfis de oferta de preço e potência adotados pelos agentes estrategistas. Em seguida, estes perfis servem como input a um outro modelo que calcula os despachos em um regime de mercado Loose-Pool, em que a representação da produção de cada UHE é feita por meio de sua FPHA. Os resultados deste último modelo, que são os LMPs e a geração de cada uma das usinas do sistema, constituem a entrada do modelo de Barganha de Nash.

Neste ambiente cooperativo, os agentes estrategistas que possuem UHEs em cascata detêm conhecimento dos resultados do Loose-Pool previamente. Eles utilizam tais informações no processo de negociação a fim de obter ganhos baseados nas externalidades positivas advindas da cooperação, como, por exemplo, ocorre quando um agente transfere a obrigação de gerar uma determinada quantidade de energia a outro agente com o intuito de receber água, aumentar o nível de seu reservatório e a produtividade de sua usina. É importante ressaltar que, nesse ambiente, a única forma possível de os agentes controlares de usinas hidrelétricas em cascata aumentarem seus payoffs é através da firmação de acordos que conduzam ao uso eficiente dos recursos disponíveis, pois o valor da energia definido no Loose-Pool e a geração total do conjunto de usinas hidrelétricas em cascata são imutáveis. Para o caso das UTEs ou

UHEs fora de cascata, considera-se que não há alteração em suas produções no ambiente de negociação multilateral.

Nos acordos firmados no ambiente de negociação multilateral, os agentes envolvidos definem um novo esquema de despacho para suas usinas sem alterar a produção total da cascata. Neste esquema, em função da alteração do despacho das usinas a distribuição dos ganhos obtidos pela venda de energia também é modificada, conforme foi visto no capítulo anterior.

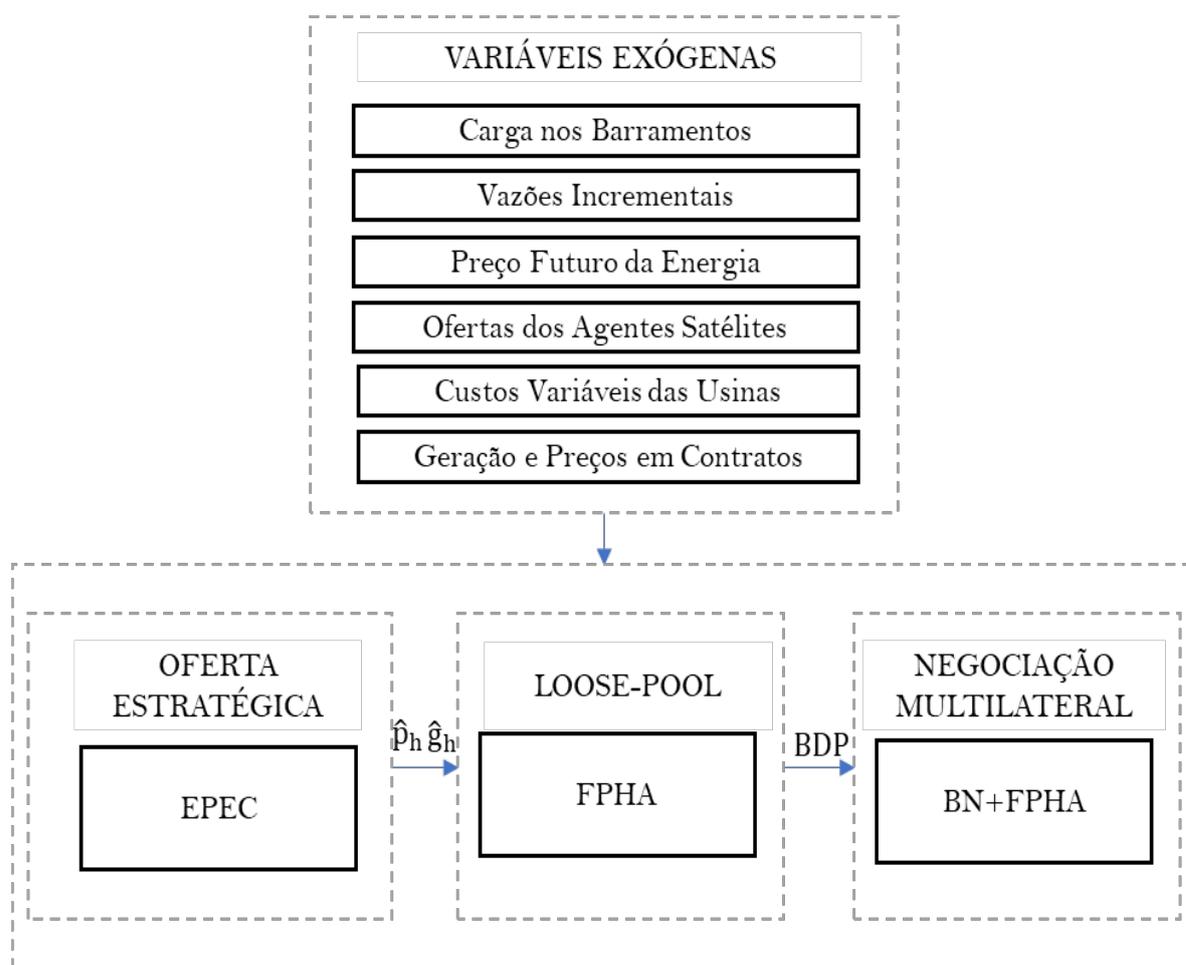


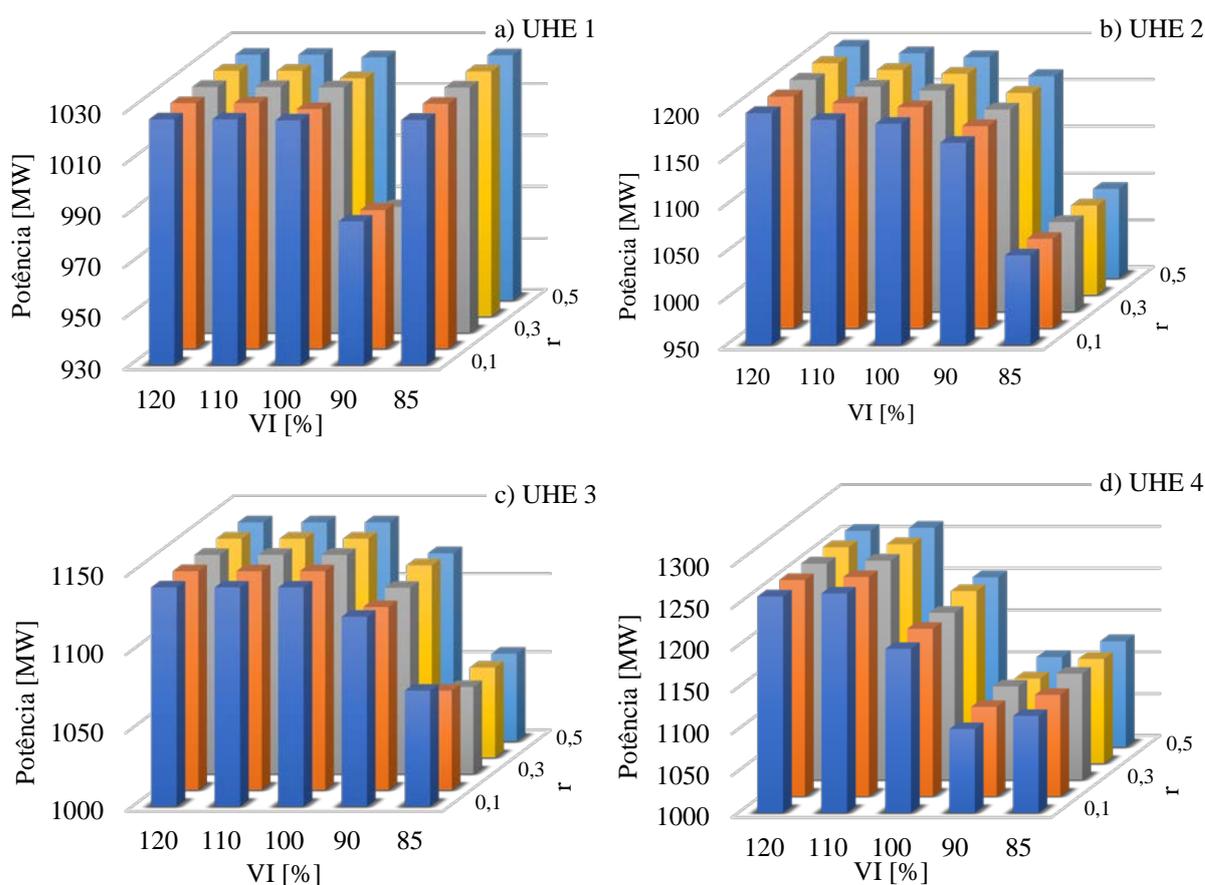
Figura 5.2 - Relação entre os modelos EPEC e Barganha de Nash Multilateral.

Fonte: Autoria própria.

### 5.4.1. CASO 1: VARIAÇÃO DAS VAZÕES INCREMENTAIS (VI) AOS RESERVATÓRIOS DAS UHEs

Nesta subseção, avalia-se os resultados do modelo de Barganha de Nash Multilateral frente a variação nas vazões naturais incrementais aos reservatórios das UHEs a fio d'água. Nestes cenários, considera-se que os reservatórios estão carregados com um volume de água utilizável igual a metade do volume útil, e que as restrições de fluxo de potência são altas o bastante de forma que não haja congestionamento em nenhuma das linhas de transmissão. Ademais, os perfis de ofertas dos agentes estrategistas que alimentam o Loose-Pool são os mesmos determinados na subseção 5.3.1.

Na Gráfico 5.14 são apresentadas as somas dos despachos de cada UHE, ao longo do horizonte T nos cenários de vazão incremental a), b), c), d) e e), sendo considerada também a



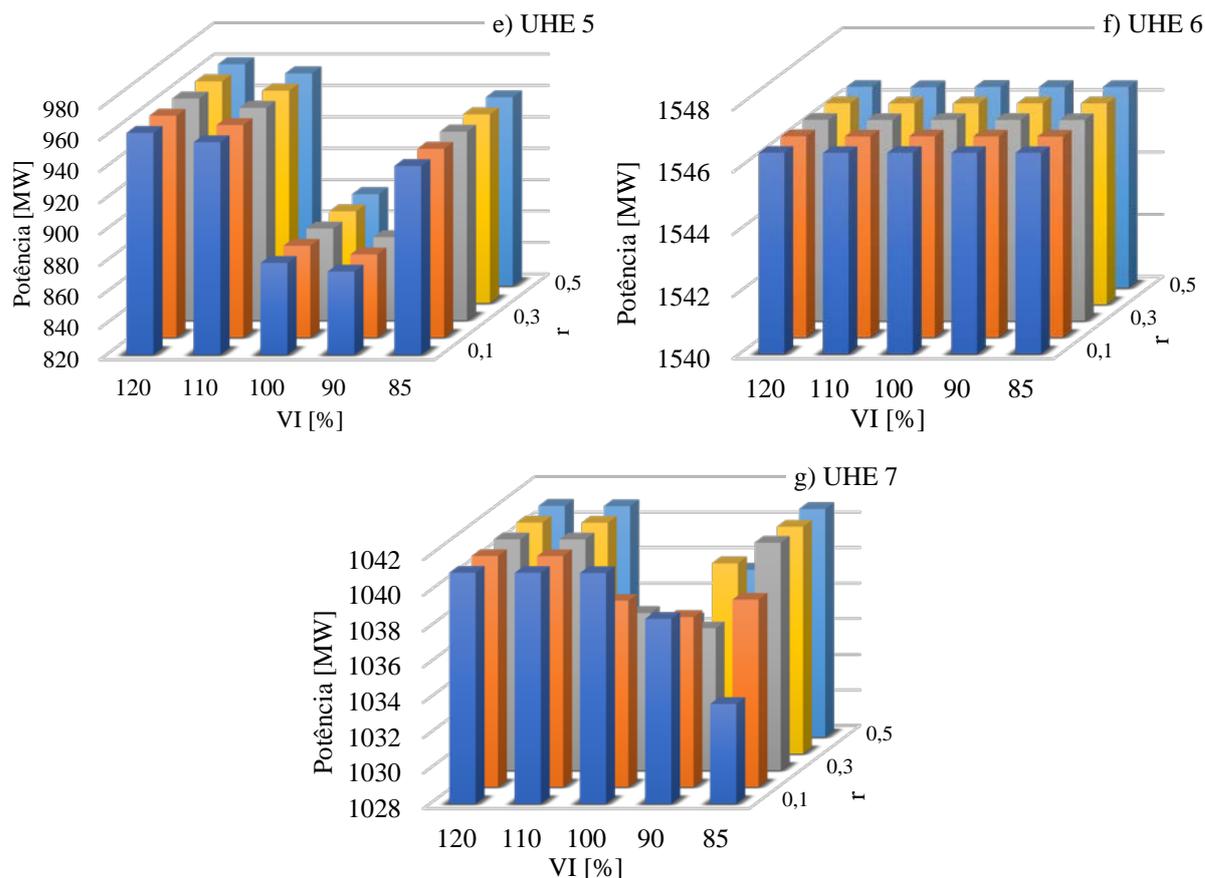


Gráfico 5.14 – Soma dos despachos das UHEs após a negociação multilateral em cenários com distintas VIs.

variação do termo  $r$  que define a divisão dos ganhos associados a energia barganhada entre os agentes envolvidos. Na Tabela 5.15 são apresentadas as diferenças percentuais entre os despachos das UHEs após a negociação multilateral com relação aos obtidos no Loose-Pool. Nesta tabela os resultados são classificados da seguinte forma: as marcações em azul ■ indicam que não há variação entre os resultados do Loose-Pool e da Barganha Multilateral de Nash, o que indica que o agente associado a esta usina optou pela solução associada ao ponto de desacordo, ou seja, não houve sucesso na barganha; já os resultados marcados em vermelho ■ estão associados aos produtores que optaram por reduzir sua produção e repassar a diferença a um outro agente da cascata; por fim, os resultados marcados em verde ■ estão associados aos agentes que, por meio do processo de barganha, ganharam o direito de produzir parte da energia que antes estava associada a outros agentes. Pela análise do esquema de cores da Tabela 5.15 fica claro que dos 5 agentes que compõem a cascata, destacados em ■, quatro optam por barganhar efetivamente em algum instante, a exceção do grupo é o produtor responsável pela usina 6 que está localizada no final da cascata. Deste grupo ativo, os produtores 1, 3 e 7 têm

Tabela 5.15 – Diferença percentual entre o despacho das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Loose-Pool em distintos cenários de VIs.

	VI [%]	r						r				
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
UHE 1	120	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	110	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	2,07	1,88	2,09	1,81	2,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	1,14	0,95	0,43	0,78	0,58		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	85	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 3	120	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	110	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26		-0,45	-0,45	-0,45	-0,45	-0,44
	100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		-1,70	-1,34	-1,39	-0,87	-1,12
	90	5,28	4,89	5,07	5,44	5,19		-5,56	-4,97	-4,56	-5,43	-4,92
	85	2,84	1,84	1,07	1,26	1,12		-1,96	-1,47	-0,96	-1,13	-1,01
UHE 5	120	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	110	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	85	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 7	120	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00						
	110	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26						
	100	0,00	-0,24	-0,40	-0,73	-0,61						
	90	-0,25	-0,33	-0,48	-0,22	-0,34						
	85	-0,71	-0,24	-0,02	-0,02	-0,02						

Fonte: Autoria própria.

suas parcelas de geração aumentadas nos cenários  $\{100[0,1:0,5]; 90[0,1:0,5]\}$ ,  $\{110[0,1:0,5]; 90[0,1:0,5]; 85[0,1:0,5]\}$  e  $\{110[0,1:0,5]\}$  respectivamente, com destaque para o produtor 3 associado às maiores diferenças percentuais. No outro extremo, o produtor 4 nos cenários  $\{110[0,1:0,5]; 100[0,1:0,5]; 90[0,1:0,5]; 85[0,1:0,5]\}$  e o produtor 7 nos cenários  $\{100[0,2:0,5]; 90[0,1:0,5]; 85[0,1:0,5]\}$  têm suas gerações reduzidas, sendo que, neste caso, o produtor 4 se destaca por ceder maiores percentuais. Os resultados também indicam que os agentes ativos estão mais inclinados a barganhar efetivamente nos cenários com menores vazões incrementais, independentemente do valor assumido pelo parâmetro r.

Na Tabela 5.16 são apresentadas as diferenças percentuais entre os despachos das UHEs no Loose-Pool e Tight-Pool para os cenários de vazão incremental a), b), c), d) e e). Nesta tabela são destacados em azul   os resultados em que não há variação, em vermelho

Tabela 5.16 - Diferença percentual entre o despacho das UHEs no Loose-Pool com relação Tight-Pool em cenários de distintas VIs.

	VI [%]				
	120	110	100	90	85
H-1	0,00	0,00	-2,06	-4,95	-0,02
H-2	0,34	-0,26	0,00	0,00	-9,37
H-3	0,00	-0,26	0,00	-6,38	-8,03
H-4	-0,73	0,00	0,00	0,00	-0,06
H-5	0,62	0,00	-7,47	-7,46	-0,01
H-6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
H-7	0,00	-0,26	0,00	0,00	0,00

Fonte: Autoria própria.

os resultados com variação negativa e em verde ■ os resultados com variação positiva. Os valores obtidos indicam que das 7 usinas do sistema, apenas a usina 6 apresenta variação nula em todos os cenários, enquanto as outras usinas têm comportamento variável, apresentando variação positiva como, por exemplo, ocorre para as UHEs 2 e 5 nos cenários de vazão incremental a 120%, e neutra ou positiva, como ocorre nos outros cenários para o restante das UHEs. Apesar desse comportamento variável, é notável um padrão de maior quantidade de variações negativas nos cenários com vazões incrementais reduzidas, principalmente para o caso das UHEs 1, 2, 3 e 5.

A Tabela 5.17 apresenta as diferenças percentuais entre os despachos das UHEs após a barganha multilateral e o Tight-Pool. Nesta tabela, o marcador azul ■ indica a os resultados do barganha não se aproximaram dos resultados do Tight-Pool quando se estabelece como referência os resultados da Tabela 5.16, enquanto o marcador verde ■ indica que há aproximação e o marcador vermelho ■ indica distanciamento. A disposição das cores na tabela mostra que, para o caso das UHEs que constituem a cascata, as variações positivas mais significativas ocorrem para as UHEs 1 e 3 localizadas no final da cascata, com exceção da UHE 6 cujo despacho já é idêntico ao definido pelo Tight-Pool. No outro extremo, as UHEs 4 e 7 apresentam variação negativa na maior parte dos cenários, com destaque para a UHE 4 cuja diferença atinge valores mais significativos. Em suma, tais resultados indicam que, no ambiente de negociação, acorda-se a priorização da operação das usinas localizadas no final da cascata através do aumento nos seus despachos efetivos.

Tabela 5.17 - Diferença percentual entre o despacho das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Tight-Pool em cenários de distintas VIs.

	VI [%]	r						r				
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
UHE 1	120	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	UHE 2	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34
	110	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		-0.26	-0.26	-0.26	-0.26	-0.26
	100	-0.04	-0.22	-0.01	-0.28	-0.11		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	90	-3.86	-4.05	-4.54	-4.20	-4.40		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	85	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02		-9.37	-9.37	-9.37	-9.37	-9.37
UHE 3	120	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	UHE 4	-0.73	-0.73	-0.73	-0.73	-0.73
	110	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		-0.45	-0.45	-0.45	-0.45	-0.44
	100	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		-1.70	-1.34	-1.39	-0.87	-1.12
	90	-1.43	-1.80	-1.64	-1.29	-1.52		-5.56	-4.97	-4.56	-5.43	-4.92
	85	-5.42	-6.34	-7.04	-6.87	-7.00		-2.02	-1.53	-1.03	-1.20	-1.07
UHE 5	120	0.62	0.62	0.62	0.62	0.62	UHE 6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	110	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	100	-7.47	-7.47	-7.47	-7.47	-7.47		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	90	-7.46	-7.46	-7.46	-7.46	-7.46		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	85	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
UHE 7	120	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00						
	110	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00						
	100	0.00	-0.24	-0.40	-0.73	-0.61						
	90	-0.25	-0.33	-0.48	-0.22	-0.34						
	85	-0.71	-0.24	-0.02	-0.02	-0.02						

No Gráfico 5.14 são apresentados os volumes médios dos reservatórios das UHEs para cada um dos cenários de vazão incremental a), b), c), d) e e) e r considerados. Em seguida, na Tabela 5.18 são apresentadas as diferenças percentuais entre os volumes médios dos reservatórios pós-barganha e no Tight-Pool. Seguindo uma metodologia de classificação por cores similar a aplicada à Tabela 5.15, fica claro que das cinco usinas que compõem a cascata quatro sofrem variações nos volumes dos reservatórios, sendo a exceção do grupo a UHE 6 que está localizada no fim da cascata. Deste grupo ativo, as usinas 1, 3, 4 e 7 têm os volumes de seus reservatório aumentados nos cenários  $\{90[0,1:0,5]; 85[0,1:0,2]\}$ ,  $\{90[0,1:0,5]\}$ ,  $\{110[0,1:0,5]; 100[0,1:0,5]; 90[0,1:0,2]\}$  e  $\{[120:85][0,1:0,5]\}$  respectivamente, com destaque para as UHEs 1 e 7 associadas às maiores diferenças percentuais. No outro extremo, a UHE 3, nos cenários  $\{120[0,1:0,5]; 110[0,1:0,5]; 100[0,1:0,5]; 85[0,1:0,5]\}$ , e a UHE 4, nos cenários  $\{85[0,3:0,5]\}$ , têm o volume de seus reservatórios reduzido, sendo que, neste caso, a usinas 3 se destaca por ceder maiores percentuais.

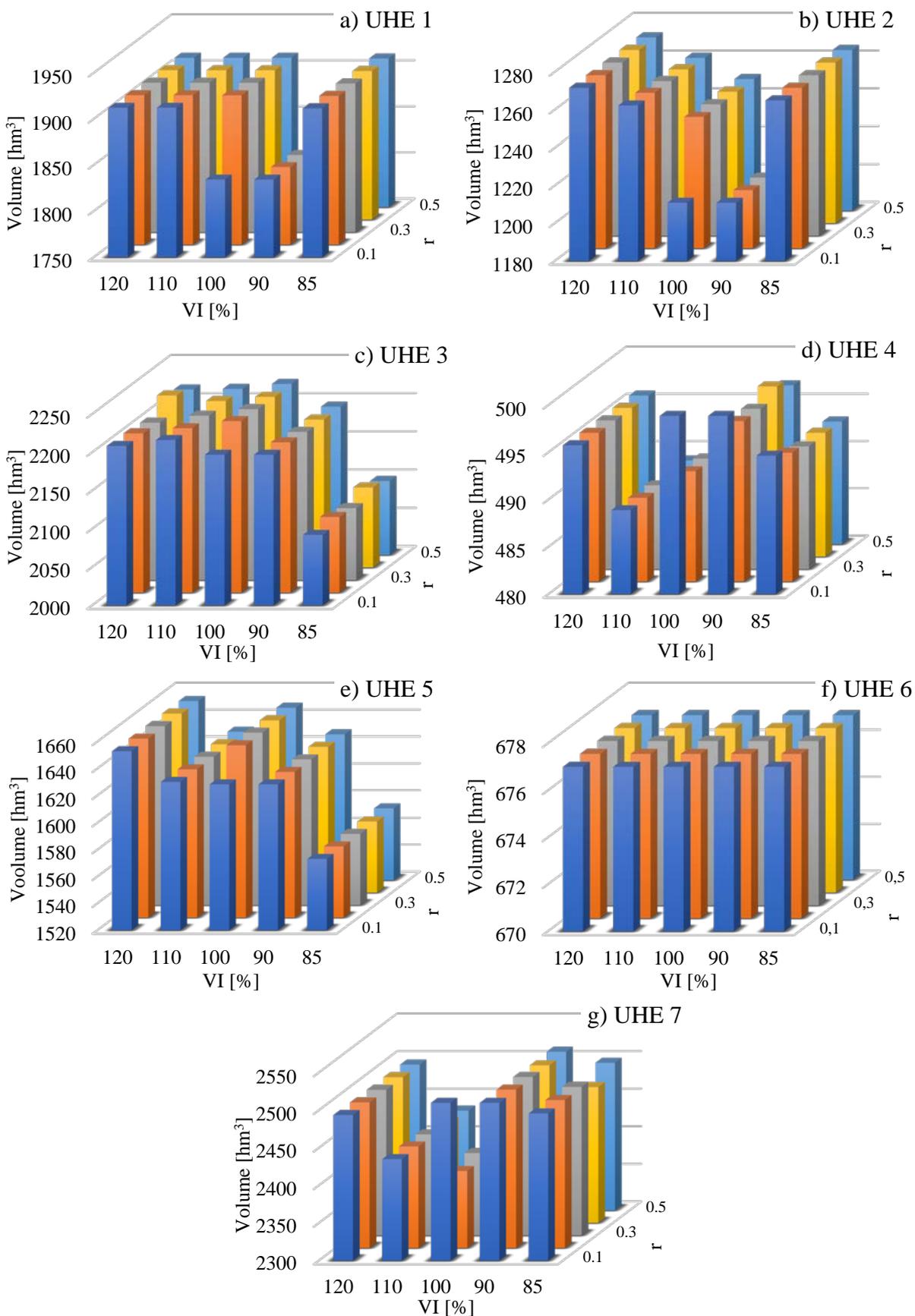


Gráfico 5.15 - Volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral em cenários com distintas VIs.

Tabela 5.18 - Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Loose-Pool em distintos cenários de VIs.

	VI [%]	r						r				
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
UHE 1	120	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 2	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
	110	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,43	0,43	0,39	0,36	0,31
	100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,04	0,04	0,04	0,05	0,05
	90	7,27	7,27	7,24	7,26	7,25		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	85	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 3	120	-1,60	-1,60	-1,70	-0,85	-1,24	UHE 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	110	-1,25	-1,30	-1,30	-1,18	-1,20		0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
	100	-0,37	-0,32	-0,35	-0,37	-0,35		0,20	0,15	0,16	0,08	0,11
	90	3,17	3,16	3,02	3,01	3,02		1,14	0,76	0,76	0,97	0,73
	85	-1,24	-0,92	-1,15	-0,65	-1,03		0,29	0,09	-0,04	-0,02	-0,04
UHE 5	120	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	110	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	1,84	1,82	1,83	1,82	1,82		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	1,25	1,24	1,24	1,24	1,24		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	85	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 7	120	4,04	4,04	4,04	4,04	4,04						
	110	1,65	1,65	1,62	1,60	1,54						
	100	0,60	0,36	0,66	0,56	0,68						
	90	2,52	2,56	2,56	2,51	2,56						
	85	3,97	4,02	4,05	3,34	3,98						

Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 5.19 são apresentadas as diferenças percentuais entre os volumes médios dos reservatórios no Loose-Pool e no Tight-Pool, para cada um dos cenários de vazão incremental a), b), c), d) e e) e parâmetros r considerados. Seguindo uma metodologia de classificação por cores similar a aplicada à Tabela 5.16, torna-se evidente que das 7 usinas do

Tabela 5.19 - Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs no Loose-Pool com relação Tight-Pool em cenários de distintas VIs.

	VI [%]				
	120	110	100	90	85
H-1	0,00	0,00	0,00	-10,58	-0,04
H-2	0,61	-0,47	0,00	0,00	6,48
H-3	0,00	0,00	0,29	-2,97	-3,04
H-4	1,46	0,00	0,00	0,00	-0,24
H-5	1,40	0,00	0,69	1,49	-0,03
H-6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
H-7	0,09	0,04	-0,21	2,17	0,05

Fonte: Autoria própria.

sistema, apenas a UHE 6 apresenta variação nula em todos os cenários, enquanto as outras usinas têm comportamento variado. Apesar disso, observa-se um padrão de maior quantidade de variações negativas nos cenários com vazões incrementais reduzidas, principalmente para o caso das UHEs 1, 3 e 4, sendo que a UHE 1 chega a sofrer variações de até -10,58. Além disso, também se verifica que em quase todos os cenários a UHE 7 apresenta variações positiva em seu volume médio.

A Tabela 5.20 apresenta as diferenças percentuais entre os volumes médios dos reservatórios após a barganha e no Tight-Pool. Seguindo uma metodologia de classificação por cores similar a aplicada à Tabela 5.17, torna-se evidente que, para o caso das UHEs que constituem a cascata, as variações positivas mais significativas ocorrem para as UHEs 1, 4 e 7, com destaque para as UHE 7 associada às maiores diferenças percentuais. A UHE 3, por sua vez, apresenta valores negativos na maior parte dos cenários avaliados, indicando assim que a mesma é a maior prejudicada no que diz respeito ao nível de seu reservatório. Para o caso das UHEs 2 e 5, apesar de não participarem da cascata do sistema, seus volumes aparecem

Tabela 5.20 – Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral e o Tight-Pool em cenários com distintas VIs.

	VI [%]	r						r				
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
UHE 1	120	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 2	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70
	110	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		-0,04	-0,03	-0,07	-0,11	-0,16
	100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,04	0,04	0,04	0,05	0,05
	90	-4,08	-4,08	-4,11	-4,09	-4,09		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	85	-0,03	-0,03	-0,04	-0,04	-0,04		6,48	6,48	6,48	6,48	6,48
UHE 3	120	-1,60	-1,60	-1,70	-0,85	-1,24	UHE 4	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46
	110	-1,25	-1,30	-1,30	-1,18	-1,20		0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
	100	-0,08	-0,03	-0,06	-0,08	-0,07		0,20	0,15	0,16	0,08	0,11
	90	0,11	0,10	-0,04	-0,05	-0,03		1,14	0,76	0,76	0,97	0,73
	85	-4,24	-3,93	-4,15	-3,67	-4,04		0,05	-0,15	-0,29	-0,26	-0,29
UHE 5	120	1,40	1,40	1,40	1,40	1,40	UHE 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	110	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	2,54	2,53	2,53	2,52	2,52		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	2,76	2,75	2,75	2,75	2,75		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	85	0,00	0,00	0,00	-0,01	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 7	120	4,14	4,14	4,14	4,14	4,14						
	110	1,69	1,69	1,67	1,64	1,58						
	100	0,39	0,15	0,45	0,36	0,47						
	90	4,75	4,79	4,79	4,74	4,79						
	85	4,02	4,07	4,10	3,39	4,04						

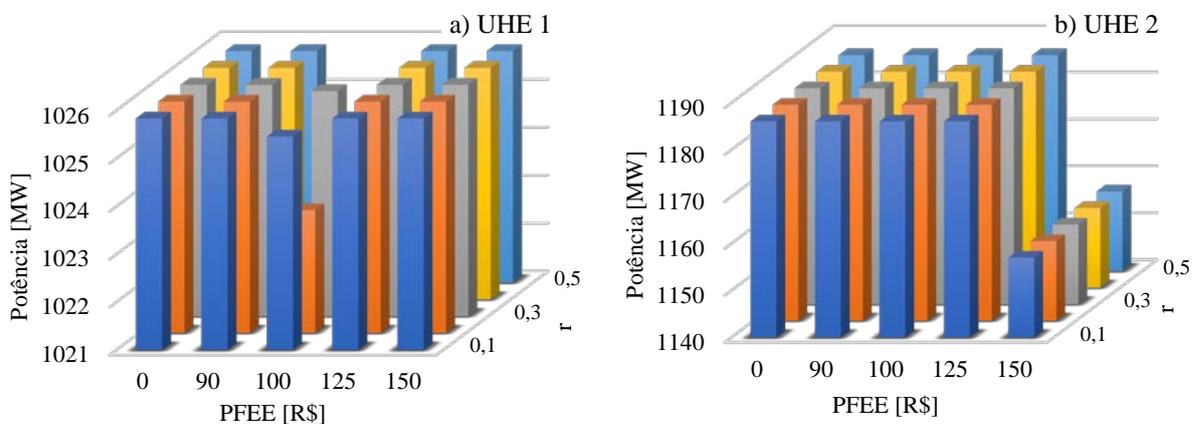
Fonte: Autoria própria.

reduzidos em função de que no problema de Barganha de Nash não foram inseridas restrições que levassem a manutenção do volume de seus reservatórios ou penalizassem o vertimento, o que levou a valores distintos de volume sem prejudicar a análise realizada pois não há acoplamento espacial com as outras usinas.

#### 5.4.2. CASO 2: VARIAÇÃO DO PREÇO FUTURO DA ENERGIA ELÉTRICA (PFEE)

Nesta subseção, são avaliados os resultados do modelo de Barganha de Nash Multilateral frente a variação no parâmetro  $\kappa$ , referenciado aqui como PFEE, que valora a energia remanescente nos reservatórios das UHEs a fio d'água. Nestes cenários, considera-se que os reservatórios estão carregados com um volume de água utilizável igual a metade do volume útil, e que as restrições de fluxo de potência são altas o bastante de forma que não haja congestionamento em nenhuma das linhas de transmissão. Ademais, os perfis de ofertas dos agentes estrategistas que alimentam o Loose-Pool são os mesmos determinados na subseção 5.3.2.

Na Gráfico 5.16 são apresentadas as somas dos despachos de cada UHE, ao longo do horizonte nos cenários de PFEEs a), b), c), d) e e), sendo considerada também a variação do termo  $r$  que define a divisão dos ganhos associado a energia barganhada entre os agentes envolvidos. Em seguida, na Tabela 5.21 são apresentadas as diferenças percentuais entre os despachos das UHEs após a negociação multilateral com relação aos obtidos no Loose-Pool. Seguindo uma metodologia de classificação por cores similar a aplicada à Tabela 5.15, fica



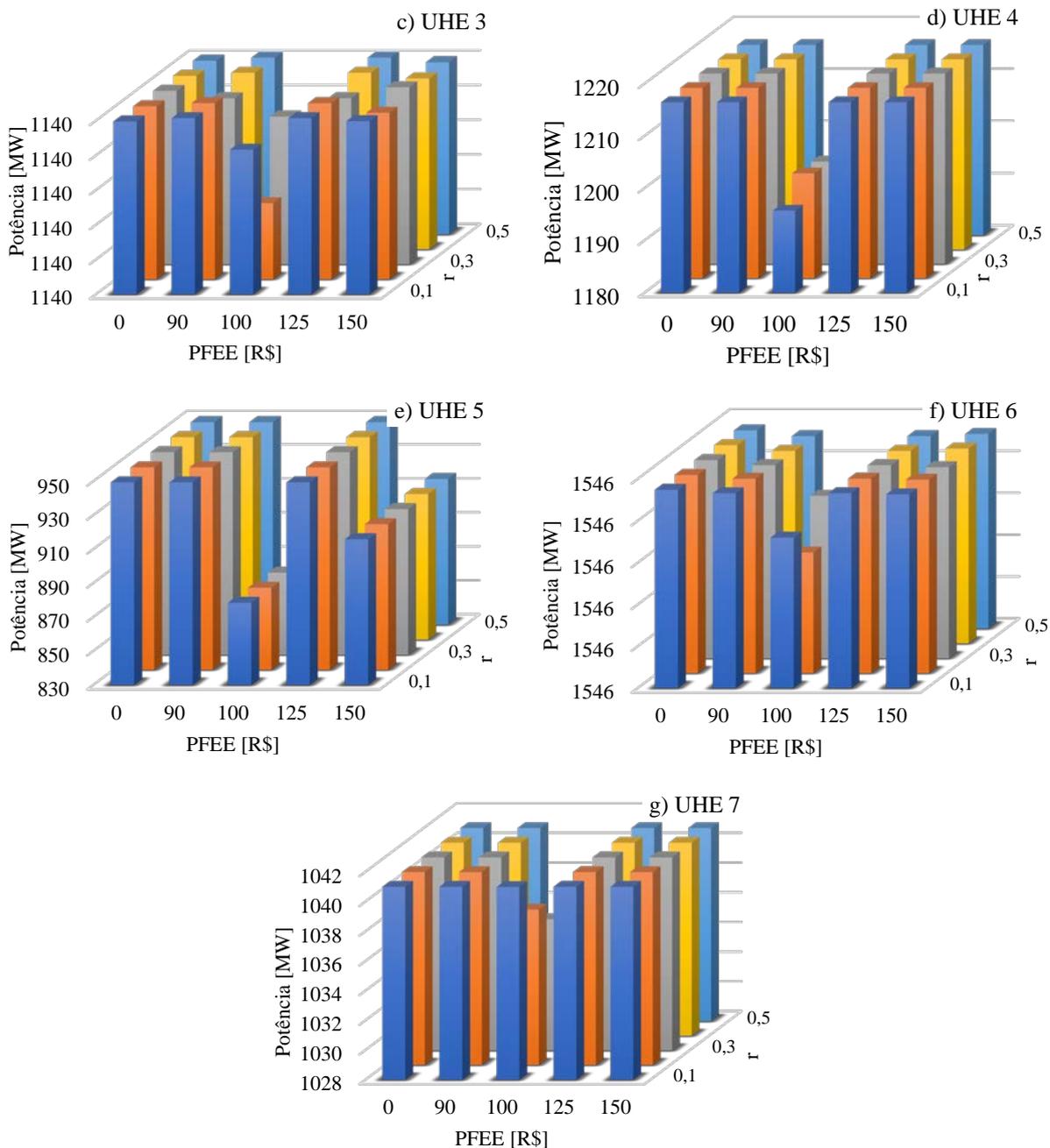


Gráfico 5.16 - Soma dos despachos das UHEs após a negociação multilateral em cenários com distintos PFEE.

evidente que dos cinco agentes destacados em cinza que compõem a cascata, três optam por barganhar efetivamente apenas nos cenários em que o PFEE é 100, enquanto os produtores 3 e 6 entram em desacordo em todos os cenários e permanecem sem alterações em seus despachos. Dentre os agentes ativos no processo de barganha, o produtores 1 tem sua geração ampliada nos cenários  $\{100[0,1:0,5]\}$ , enquanto os produtores 4 e 7 reduzem suas produções em  $\{100[0,1:0,5]\}$  e  $\{100[0,2:0,5]\}$  respectivamente, com destaque para os produtores 1 e 4 associados às maiores diferenças percentuais. Em função da quantidade de cenários em que os

Tabela 5.21 – Diferença percentual entre o despacho das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Loose-Pool em cenários de distintos PFEEs.

	PFEE [R\$]	r						r				
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
UHE 1	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	2,07	1,88	2,09	1,81	2,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	150	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 3	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		-1,70	-1,34	-1,39	-0,87	-1,12
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	150	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 5	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	150	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 7	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00						
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00						
	100	0,00	-0,24	-0,40	-0,73	-0,61						
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00						
	150	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00						

Fonte: Autoria própria.

produtores optam por não barganhar, é possível inferir que os resultados obtidos pelos Loose-Pool já são muito próximos ao do Tight-Pool, o que também indica que a cooperação nestes casos não é capaz de melhorar o aproveitamento da cascata e nem aumentar o payoff dos agentes, ou seja, na maior parte dos cenários os agentes optaram pelo seu BDP.

Na Tabela 5.22 são apresentadas as diferenças percentuais entre os despachos das UHEs no Loose-Pool e Tight-Pool para os cenários de PFEEs a), b), c), d) e e) e r considerados. Seguindo uma metodologia de classificação por cores similar a aplicada à Tabela 5.16, verifica-se que as usinas 3, 4, 6 e 7 apresentam variação nula em todos os cenários, enquanto as usinas 1, 2 e 5 apresentam variações negativas quando os PFEEs são 90, 100 e 150. Em seguida, a Tabela 5.23 apresenta as diferenças percentuais entre os despachos das UHEs após a barganha multilateral e o Tight-Pool. Seguindo uma metodologia de classificação por cores similar a aplicada à Tabela 5.17, torna-se evidente que, para o caso das UHEs que constituem a cascata, apenas a UHE 1, localizada na penúltima posição da cascata, apresenta variações positivas de

Tabela 5.22 - Diferença percentual entre o despacho das UHEs no Loose-Pool com relação Tight-Pool em cenários de distintos PFEEs.

	PFEE [R\$]				
	0	90	100	125	150
UHE 1	0,00	0,00	-2,06	0,00	0,00
UHE 2	0,00	0,00	0,00	0,00	-2,45
UHE 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 5	0,00	-2,80	-7,47	0,00	-3,53
UHE 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Autoria própria.

Tabela 5.23 - Diferença percentual entre o despacho das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Tight-Pool em cenários de distintos PFEEs.

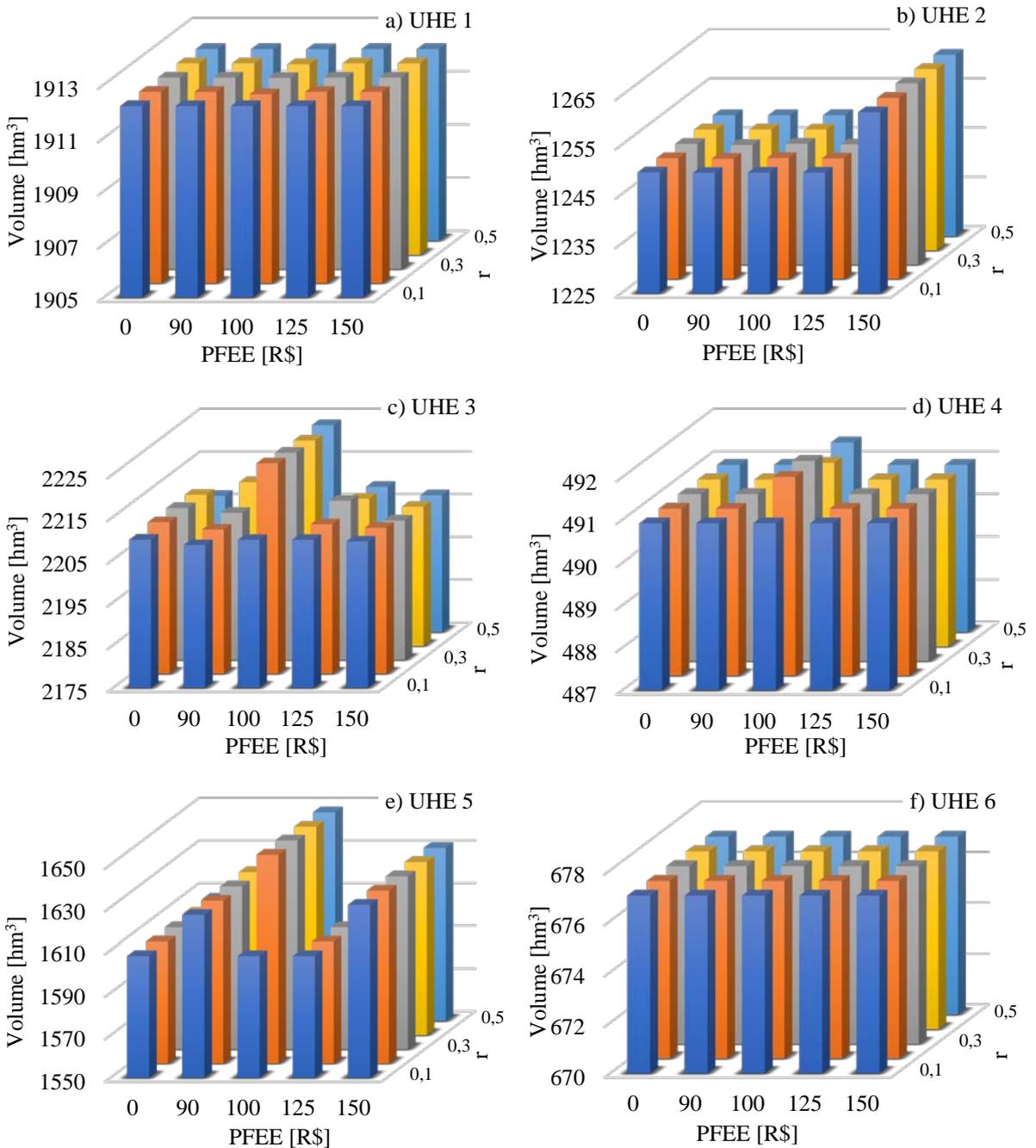
	PFEE [R\$]	r						r				
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
UHE 1	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	-0,04	-0,22	-0,01	-0,28	-0,11		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	150	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		-2,45	-2,45	-2,45	-2,45	-2,45
UHE 3	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	
	100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		-1,70	-1,34	-1,39	-0,87	-1,12
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	150	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 5	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	-7,47	-7,47	-7,47	-7,47	-7,47		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	150	-3,53	-3,53	-3,53	-3,53	-3,53		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 7	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00						
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00						
	100	0,00	-0,24	-0,40	-0,73	-0,61						
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00						
	150	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00						

Fonte: Autoria própria.

ordem pequena, enquanto as UHEs 4 e 7 localizadas na cabeceira da cascata apresentam variações negativas, o que indica que estas últimas duas usinas estão deixando de produzir uma certa fração da potência efetiva estabelecida no Loose-Pool e repassando a uma usina do final da cascata. Na comparação das Tabelas 5.21 e 5.23 fica claro que os agentes estrategistas que

participaram da barganha não conseguiram incrementar seus payoffs nos cenários em que os despachos no Loose-Pool já eram idênticos ao do Tight-Pool, conforme foi inferido anteriormente.

No Gráfico 5.17 são apresentados os volumes médios dos reservatórios das UHEs para cada um dos cenários de PFEEs a), b), c), d) e e) e r considerados. Em seguida, na Tabela 5.24 são apresentadas as diferenças percentuais entre os volumes médios dos reservatórios pós-



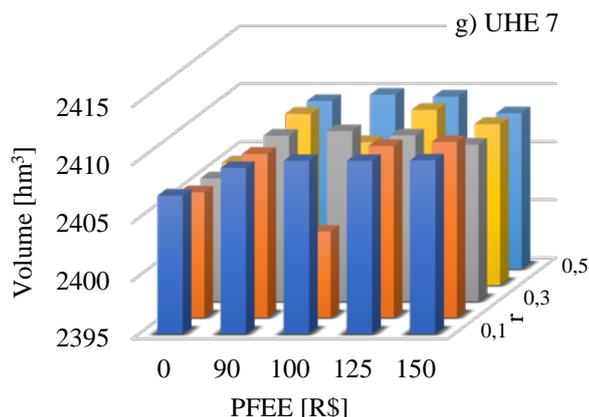


Gráfico 5.17 - Volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral em cenários com distintos PFEE.

barganha e no Loose-Pool. Seguindo uma metodologia de classificação por cores similar a aplicada à Tabela 5.15, fica claro que das cinco usinas que compõem a cascata, três sofrem variações nos volumes de seus reservatórios, sendo a exceção do grupo as usinas 1 e 6

Tabela 5.24 - Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral com relação ao Loose-Pool em cenários de distintos PFEEs.

	PFEE [R\$]	r						r				
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
UHE 1	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 2	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,03	0,03	0,02	0,04	0,04
	100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,04	0,04	0,04	0,05	0,05
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,04	0,04	0,03	0,04	0,04
	150	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,04	0,04	0,05	0,04	0,05
UHE 3	0	0,17	0,21	0,21	0,21	0,05	UHE 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	-0,17	-0,15	-0,13	0,05	-0,20		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	-0,37	-0,32	-0,35	-0,37	-0,35		0,20	0,15	0,16	0,08	0,11
	125	-0,97	-0,95	-0,85	-0,98	-1,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	150	-0,99	-0,99	-1,06	-1,06	-1,09		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 5	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	1,84	1,82	1,83	1,82	1,82		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	150	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 7	0	0,37	0,32	0,32	0,31	0,24						
	90	0,65	0,64	0,65	0,67	0,65						
	100	0,60	0,36	0,66	0,56	0,68						
	125	0,76	0,76	0,74	0,77	0,76						
	150	0,77	0,77	0,71	0,72	0,70						

Fonte: Autoria própria.

localizadas no final da cascata. Deste grupo ativo, as UHEs 3, 4 e 7 têm o volume de seus reservatórios aumentados nos cenários  $\{0[0,1:0,5]\}$ ,  $\{100[0,1:0,5]\}$  e  $\{[0:150][0,1:0,5]\}$ , sendo que a UHE 3 ainda apresenta variações negativas para os cenários  $[90:150][0,1:0,5]$ .

Na Tabela 5.25 são apresentadas as diferenças percentuais entre os volumes médios dos reservatórios no Loose-Pool e no Tight-Pool, para cada um dos cenários de PFEEs a), b), c), d) e e) e r considerados. Seguindo uma metodologia de classificação por cores similar a aplicada à Tabela 5.16, torna-se evidente que das sete usinas do sistema, apenas as UHEs 1, 4 e 6 não apresentam variação nos volumes de seus reservatórios, enquanto a UHE 7 apresenta variações negativas em todos os cenários e a UHE 3 nos três últimos. Além disso, é perceptível a maior parte das variações positivas ocorrem nos cenários de maior PFEE quando se leva em consideração todas as usinas do grupo.

Tabela 5.25 - Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs no Loose-Pool com relação Tight-Pool em cenários de distintos PFEEs.

	PFEE [R\$]				
	0	90	100	125	150
H-1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
H-2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,98
H-3	-0,86	-0,57	0,29	0,29	0,29
H-4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
H-5	0,00	1,19	0,69	0,00	1,48
H-6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
H-7	-0,03	-0,21	-0,21	-0,30	-0,30

Fonte: Autoria própria.

A Tabela 5.26 apresenta as diferenças percentuais entre os volumes médios dos reservatórios após a barganha e no Tight-Pool. Seguindo uma metodologia de classificação por cores similar a aplicada à Tabela 5.17, torna-se claro que, para o caso das usinas que constituem a cascata, as UHEs 3, 4 e 7 apresentam, pelo menos em alguns cenários, variações positivas. A UHE 3, por sua vez, apresenta valores negativos na maior parte dos cenários avaliados, indicando assim que é a única que sofre redução no nível de seu reservatório. Para o caso das UHEs 2 e 5, apesar de não participarem da cascata do sistema, seus volumes aparecem reduzidos em função de que no problema de barganha multilateral não foram inseridas restrições que levassem a manutenção do volume de seus reservatórios ou penalizassem o vertimento, o que levou a valores distintos de volume sem prejudicar a análise realizada pois não há acoplamento espacial com as outras usinas.

Tabela 5.26 – Diferença percentual entre o volume médio dos reservatórios das UHEs após a negociação multilateral e o Tight-Pool em cenários com distintos PFEEs.

	PFEE [R\$]	r						r				
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
UHE 1	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 2	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
	90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,03	0,03	0,02	0,04	0,04
	100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,04	0,04	0,04	0,05	0,05
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,04	0,04	0,03	0,04	0,04
	150	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		1,02	1,02	1,03	1,03	1,03
UHE 3	0	-0,68	-0,65	-0,65	-0,65	-0,81	UHE 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	-0,74	-0,73	-0,70	-0,52	-0,77		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	-0,08	-0,03	-0,06	-0,08	-0,07		0,20	0,15	0,16	0,08	0,11
	125	-0,69	-0,67	-0,57	-0,69	-0,72		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	150	-0,70	-0,71	-0,78	-0,78	-0,80		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 5	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	UHE 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	90	1,19	1,19	1,19	1,19	1,19		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	100	2,54	2,53	2,53	2,52	2,52		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	125	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	150	1,48	1,48	1,48	1,48	1,48		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UHE 7	0	0,34	0,29	0,29	0,28	0,21						
	90	0,44	0,43	0,44	0,46	0,45						
	100	0,39	0,15	0,45	0,36	0,47						
	125	0,46	0,46	0,44	0,47	0,46						
	150	0,47	0,47	0,41	0,42	0,40						

Fonte: Autoria própria.

### 5.4.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos por meio da aplicação do Modelo Barganha Multilateral de Nash no sistema teste mostram que, por meio da cooperação, os agentes estrategistas detentores de UHEs em uma mesma cascata são capazes de determinar um novo esquema operativo que os beneficie economicamente. Este resultado é possível devido às externalidades positivas decorrentes da colaboração entre os diversos usuários da cascata, que, ao negociarem entre si, definem um novo esquema de despacho capaz de fazer melhor uso dos recursos disponíveis, originando, assim, ganhos sinérgicos para o sistema.

Para o primeiro caso, em que se considera a variação das vazões incrementais aos reservatórios, os agentes estrategistas que controlam as UHEs 1, 3, 4 e 7 apresentaram variações mais significativas quando foram avaliadas as diferenças percentuais de geração pós-barganha e Loose-Pool, conforme mostra a Tabela 5.15. Na maior parte dos cenários, as usinas localizadas no final da cascata, isto é, as UHEs 1 (4º posição) e 3 (3º posição), apresentam

variações positivas, com exceção da usina 6 (5ª posição) que já fornece a potência máxima. Concomitantemente, as usinas localizadas no início da cascata, UHEs 4 (1ª posição) e 7 (2ª posição), apresentam variações negativas, o que indica que na nova configuração de despacho acordada entre os agentes ocorre a priorização das usinas nas últimas posições. No segundo caso, comportamento semelhante é observado, só que sem a participação da UHE 3 e em menor intensidade, já que a solução associada ao BDP já estava próxima àquela em que os recursos são melhor aproveitados.

Na Tabela 5.17, para o caso 1, e na Tabela 5.23, para o caso 2, os resultados destacados no parágrafo anterior são corroborados visto que, com a implementação do mecanismo de barganha, os despachos das usinas situadas no final da cascata se aproximaram daqueles obtidos no regime de mercado Tight-Pool, apesar do comportamento contrário ser observado para o caso das usinas situadas na cabeceira.

## 5.5. CONCLUSÃO

Neste capítulo foram apresentados os resultados da aplicação dos modelos EPEC e Barganha Multilateral de Nash ao sistema teste apresentado na seção 5.2.1. Em resumo, os principais resultados obtidos são os seguintes: a) os agentes estrategistas atuam no Loose-Pool preferencialmente por meio do preço; b) a diferença percentual entre o despacho das UHEs no modelo EPEC e no Tight-Pool é pequena, e fica em torno nos 5% nas simulações realizadas; c) é possível melhorar o aproveitamento da cascata através da cooperação entre os agentes envolvidos, o que resulta na priorização do despacho das usinas situadas nas últimas posições.

Quanto ao desempenho computacional dos modelos, vale informar que, para as simulações realizadas, o período para a execução e convergência do EPEC foi de até 3 dias, com uma média de 67 iterações do algoritmo de Gauss-Seidel para obtenção da convergência. Além disso, durante o desenvolvimento dos estudos associados a esta dissertação, também foram submetidos casos em que as restrições de transmissão eram ativadas, no entanto, não foi possível obter os resultados associados devido a não convergência do EPEC para o limite de 200 iterações. Para o caso do modelo de barganha multilateral, o tempo computacional foi pequeno em todos os casos, atingindo valores inferiores a 7 minutos.

# CAPÍTULO 6

## CONCLUSÕES

### 6.1. OBSERVAÇÕES FINAIS

Desde o início dos anos dois mil vem sendo desenvolvidos no Brasil uma série de trabalhos, que visam analisar a aplicação de mercados de energia liberalizados em sistemas com forte participação de produtores de energia hidrelétrica. Alguns dos destaques nesta área são os trabalhos concebidos por Pereira *et al.* (2005), Barroso *et. al* (2006) e Flach *et al.* (2010), e os recentemente produzidos por Almeida e Conejo (2013), Cicconete (2013), Alencar (2015) e Instituto Acende Brasil (2016) (2017), que exploram mercados liberalizados nos quais os agentes detentores de UHEs agem por meio de ofertas ao controlador do mercado e do sistema elétrico. Neste tipo de estrutura, o fato dos produtores poderem realizar ofertas ao MO possibilita a esses agentes expressarem de forma mais adequada os custos inerentes a disponibilidade de seus equipamentos, contratos firmados, as incertezas associadas às condições de vazões e outros valores relativos a suas atividades. Além disso, a competição que se desenvolve em um ambiente liberalizado com uma quantidade razoável de agentes tende a incentivar naturalmente os participantes a operarem suas usinas de forma eficiente, só que de forma individualizada e sem levar em consideração o impacto causado a usinas associadas ao restante do grupo. Em suma, este tipo de mercado leva em consideração não apenas os interesses do MO, mas também os interesses dos produtores que competem entre si, conduzindo, assim, a despachos que refletem a combinação de seus objetivos antagonistas. Entretanto, quando se estende essa aplicação a sistemas com agentes detentores de UHEs numa mesma cascata, há a possibilidade de que a ação unilateral destes produtores desotimize a operação do conjunto de usinas espacialmente acopladas, implicando, portanto, em má utilização dos recursos hídricos. Seguindo esta mesma linha de pesquisa, esta dissertação apresenta dois modelos matemáticos que exploram a questão do comportamento estratégico de agentes produtores de energia hidrelétrica em um Loose-Pool, e se a cooperação entre os agentes de uma mesma cascata contribui para o melhor aproveitamento dos recursos.

O primeiro modelo proposto foi formulado como um EPEC, no qual cada um dos agentes estrategista tem seu comportamento modelado por meio de um MPEC que, por sua vez,

---

representa matematicamente o processo de oferta estratégica do par preço/potência ao MO. Com a aplicação do Algoritmo de Gauss-Seidel ao sistema de MPECs, foi possível obter de equilíbrio entre os objetivos antagônicos do grupo de agentes estrategista e o MO. Os resultados obtidos através dos casos explorados nesta dissertação levam a constatação de que as ofertas de preço e potência realizadas pelos agentes estrategistas afetam diretamente o despacho final das usinas definido pelo MO, assim como o valor do preço da energia formado. Quanto ao perfil estratégico adotado pelos competidores, foi verificada uma segregação entre estes agentes em dois grupos. O primeiro deles é composto por aqueles que agem de forma a alavancar o preço por meio de ofertas mais elevadas que, muitas das vezes, consistem nos lances que definem os LMPs dos barramentos. O segundo grupo, por outro lado, segue o padrão de oferta de preços menores que, algumas vezes, atingem o limite inferior estabelecido no modelo. Em compensação, no que diz respeito a oferta de potência, todos os produtores agem de forma semelhante ofertando potências próximas aos seus valores máximos. No entanto, como consequência direta da oferta de preços mais altos, os produtores do primeiro grupo não têm toda a sua potência ofertada despachada, o que conduz a maiores variações percentuais entre a potência ofertada e a potência efetivamente despachada, que são compensadas pelo maior despacho de UTEs. Além da ação estratégica dos produtores, o decréscimo no valor da vazão incremental aos reservatórios também contribui para o aumento do despacho de UTEs no Loose-Pool, assim como no aumento da variação percentual entre o despacho efetivo definido pelo MO neste mercado com relação ao Tight-Pool. Em função disso é possível afirmar que a quantidade de água que aflui aos reservatórios das UHEs é um dos fatores que influenciam no modo como os agentes estrategistas ofertam e, conseqüentemente, como distanciam o ponto de operação do sistema a valores não tão ótimos, no que concerne ao aproveitamento dos recursos, quanto os definidos pelo Tight-Pool.

O segundo modelo desenvolvido nesta dissertação explora uma questão importante que, diversas vezes, foi destacada em trabalhos anteriores: a desotimização das cascatas de UHEs em função da ação unilateral dos agentes estrategistas, e, também, a indagação de como administrar esse problema sem perder a essência dos mercados liberalizados. Vale ressaltar que os trabalhos desenvolvidos até agora visaram, apenas, analisar o comportamento de seus controladores em um sistema oligopolista, como, por exemplo, foi realizado nos trabalhos desenvolvidos por Rangel (200?) e Moiseeva e Hesamzadeh (2018) com base no Jogo de Stackelberg, ou por Uluca (2006) e o Instituto Acende Brasil (2017) por meio do Jogo de Cournot, sendo este último trabalho referenciado o único a sugerir uma solução sem, no entanto,

---

apresentar simulações para expor se esse problema pode ser resolvido ou amenizado. Em função disso, a proposta dessa dissertação abrange a aplicação do Jogo de Barganha Multilateral de Nash ao problema descrito. O modelo formulado é diretamente dependente dos perfis de ofertas, originários do EPEC, que atuam como inputs nesta nova fase, o que garante que os problemas advindos da ação unilateral no Loose-Pool sejam considerados na simulação. Os resultados obtidos por meio da aplicação do modelo de barganha revelam que, por meio da cooperação, os agentes estrategistas detentores de UHEs em uma mesma cascata são capazes de elevar seus payoffs. Este resultado é possível devido às externalidades positivas decorrentes da colaboração entre os diversos usuários da cascata, que, ao negociarem entre si, definem um novo esquema de despacho capaz de fazer melhor uso dos recursos disponíveis, originando, assim, ganhos sinérgicos para o sistema. Além disso, os resultados ainda mostram que, na maior parte dos cenários, as usinas localizadas no final da cascata sofrem um incremento no seu despacho efetivo, enquanto as usinas localizadas no início da cascata, por sua vez, sofrem um decremento. Ou seja, verifica-se que na nova configuração de despacho acordada entre os agentes ocorre a priorização das usinas nas últimas posições, preservando, no entanto, as suas produtividades.

Com base no que foi apresentado, conclui-se que a ação dos agentes estrategista no Loose-Pool de fato conduz a soluções de equilíbrio que são distintas das soluções obtidas em um Tight-Pool, implicando, assim, na desotimização das cascatas. Apesar disso, é possível, por meio da cooperação entre os agentes envolvidos, e sem alterar os LMPs e a geração efetiva de usinas fora da cascata, definir naturalmente novas configurações de despacho que conduzam ao melhor aproveitamento do conjunto das usinas em cascata. Em uma arquitetura de mercado real, as ideias construídas nesta dissertação poderiam ser postas em prática através da criação de um mecanismo de mercado ex-post ao leilão Loose-Pool, no qual, a cada cascata de UHEs do sistema, estaria associado um grupo de negociação em que os agentes controladores firmariam acordos operativos e definiriam propostas de redespacho a serem apresentadas ao MO/ISO que, por seguinte, avaliaria sua executabilidade, isto é, verificaria se a execução da proposta de redespacho das usinas acopladas espacialmente não afetaria, por meio da malha elétrica, o despacho das usinas independentes, que foi definido previamente no Loose-Pool. Com a aprovação do esquema, os agentes com usinas interdependentes também seriam capazes de lidar de forma mais eficiente com as adversidades advindas do Loose-Pool. Resta a dúvida quanto à apropriação dos benefícios obtidos por meio acordos firmados entre os agentes que controlam as usinas de uma mesma cascata. Neste trabalho assume-se que estes ganhos

elevariam o payoff destes agentes. Poder-se-ia alterar esta condição através da ação do MO incentivando esta cooperação e fazendo com que estes ganhos fossem parcialmente para os consumidores.

O modelo proposto, apesar da complexidade, provoca uma maior conexão entre os objetivos individuais dos agentes e os objetivos sistêmicos da operação dos reservatórios. As vantagens da operação centralizada são incorporadas indiretamente através de acordos entre os agentes de uma mesma cascada. Na prática, a proximidade entre estes agentes provocaria uma discussão e incorporação de outras externalidades que vão além da simples otimização dos reservatórios para fins de geração de energia elétrica como o uso da água, saneamento, transporte fluvial que hoje em um modelo centralizado é colocado como simples restrição sem ponderar o valor econômico comparado com a energia elétrica.

Por fim, cabe salientar que neste trabalho não foram incluídas possíveis estratégias dos agentes consumidores, ou elasticidade na demanda, que modifiquem ou influenciem os resultados obtidos.

## 6.2. TRABALHOS FUTUROS

Com base no que foi apresentado nesta dissertação, fica claro que ainda há um caminho extenso a ser explorado no que diz respeito ao desenvolvimento e aprimoramento dos modelos que visam prever o comportamento estratégico de agentes detentores de UHEs. A seguir são sugeridos alguns aprimoramentos e novas vertentes do tema a serem desenvolvidas.

- i. Representar a produção das UHEs por meio de suas FPHAs no modelo MPEC;
  - ii. Incluir nos modelos MPEC e Barganha Multilateral o tempo de viagem da água aos reservatórios das UHEs;
  - iii. Adaptar os modelos MPEC e Barganha Multilateral para a análise de casos com horizonte temporal a médio termo e a longo termo considerando a estocasticidade das vazões;
  - iv. Incluir no modelo MPEC a representação de produtores que controlam usinas eólicas e fotovoltaicas, consumidores e armazenadores;
  - v. Investigar outras formas de tratamento dos termos bilineares que surgem durante o processo de reformulação do problema escravo associado ao MPEC;
-

- 
- vi. Adaptar os modelos MPEC e Barganha Multilateral para a representação de agentes estrategistas que controlam mais de uma UHE;
  - vii. Adaptar os modelos EPEC e Barganha Multilateral para a representação de usinas compartilhadas entre agentes distintos;
  - viii. Adaptar o modelo EPEC para a análise de coalizões formadas entre agentes estrategistas de um oligopólio;
  - ix. Buscar novas formas para a representação unificada do modelo EPEC, a fim de que haja consistência de preços e não seja necessária a resolução sequencial de MPECs;
  - x. Reformular o problema de barganha entre agentes detentores de usinas em uma mesma cascata por meio do Jogo de Barganha Estratégica de Rubinstein, e comparar com a formulação axiomática apresentada nesta dissertação;
  - xi. Abrir o ambiente de negociação multilateral para a participação de outros agentes, como os produtores que controlam usinas hidrelétricas fora da cascata e usinas termelétricas.
-

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALENCAR, H. J. D. O. **Análise de Soluções de Equilíbrio na Programação da Operação de Médio Prazo**. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 219-225. 2015.
- ALMEIDA, K. C.; CONEJO, A. J. Medium-Term Power Dispatch in Predominantly Hydro Systems: An Equilibrium Approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 3, p. 2384-2394, Ago. 2013.
- ANEEL. Derivados de Petróleo. In: **ANEEL Atlas de Energia Elétrica do Brasil**. 3. ed. Brasília: TDA Comunicação, 2008. Cap. 7, p. 106.
- ANEEL. Energia Hidráulica. In: **ANEEL Atlas de Energia Elétrica do Brasil**. 3. ed. Brasília: TDA Comunicação, 2008. Cap. 3, p. 50.
- ANEEL. Gás Natural. In: **ANEEL Atlas de Energia Elétrica do Brasil**. 3. ed. Brasília: TDA Comunicação, 2008. Cap. 6, p. 92.
- BANZHAF, J. F. Weighted Voting Doesn't Work: A Mathematical Analysis. **Rutgers Law Review**, v. 19, n. 2, p. 317-343, 1965.
- BARROSO, L. A. et al. Nash Equilibrium in Strategic Bidding: A Binary Expansion Approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 21, n. 2, p. 629-638, Mai. 2006.
- BRITANNICA. Antoine-Augustin Cournot. **Encyclopaedia Britannica**, 2018. Disponível em: <<https://www.britannica.com/biography/Antoine-Augustin-Cournot>>. Acesso em: 30 Jan. 2018.
- BRITANNICA. Joseph Bertrand. **Encyclopaedia Britannica**, 2018. Disponível em: <<https://www.britannica.com/biography/Joseph-Bertrand>>. Acesso em: 30 Mar. 2018.
- CALIFORNIA ISO. **Locational Marginal Pricing: Basics of Nodal Price Calculation**. CAISO Market Operations. [S.l.]. 2005.
- CALIFORNIA ISO. **Shift Factors: Methodology and Example**. [S.l.]. 2005.
- CAMPOS, F. A. et al. Solving Conjectured Multi-Leader-Follower Equilibriums for Electricity Markets with Quadratic Optimization Problems. **9th International Conference on the European Energy Market**, 2012.
-

- 
- CEPEL. **Manual de Referência do Modelo DECOMP**. Eletrobras. Rio de Janeiro, p. 49-54. 2016.
- CHIGANER, L. et al. **A Reforma do Setor Elétrico Brasileiro: Aspectos Institucionais**. [S.l.].
- CICCONETE, F. **Estudo Sobre a Operação Descentralizada de Sistemas com Predomínio de Geração Hidrelétrica**. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2013.
- COASE, R. H. The Problem of Social Cost. **The Journal of Law and Economics**, Virginia, Out. 1960. 1-44.
- CONEJO, A. J. et al. Duality. In: CONEJO, A. J. **Decomposition Techniques in Mathematical Programming: Engineering and Science Applications**. 1. ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. Cap. 4, p. 141-186.
- CPFL ENERGIA. **Características dos Sistemas Elétricos e do Setor Elétrico de Países e/ou Estados Selecionados**. CPFL Energia. [S.l.], p. 1-412. 2014.
- CRABLE, A. D. G. **Multiparty Bargaining Strategies: Comparing Nash Bargaining Payoffs of Bilateral and Multilateral Negotiation Strategies during Conflict Bargaining**. Duke University. Durham, North Carolina, p. 1-56. 2009.
- DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 23, p. 1298-1308, Ago. 2008.
- FERGUSON, T. S. **Game Theory: Part III Two-Person General-Sum Games**. UCLA. Los Angeles, p. 16-24. 2014.
- FLACH, B. D. C.; BARROSO, L. A.; PEREIRA, M. V. Long-Term Optimal Allocation of Hydro Generation for a Price-Maker Company in a Competitive Market: Latest Developments and a Stochastic Dual Dynamic Programming Approach. **IET Generation, Transmission & Distribution**, v. 4, n. 2, p. 299-314, 2010.
- GIBBONS, R. **Game Theory for Applied Economists**. Princeton: Princeton University Press, 1992. p. 14-26.
- HOCHSTETLER, R. L. **A Reforma do Setor Elétrico no Brasil: As Perspectivas de Introdução de Competição no Seguimento de Geração**. USP. São Paulo, p. 155-158. 1998.
-

---

HYDROBYTE SOFTWARE. HydroExpert, 2018. Disponível em: <<https://hydrobyte.com.br/site/pt-br>>.

INSTITUTO ACENDE BRASIL. **Arquitetura de Mercado para a Comercialização de Energia Elétrica no Brasil: Análise, Simulação e Propostas. Relatório Técnico 1: Revisão da Literatura.** EDF Norte Fluminense, EDP e Energisa. São Paulo. 2016.

INSTITUTO ACENDE BRASIL. **Arquitetura de Mercado para a Comercialização de Energia Elétrica no Brasil: Análise, Simulação e Propostas. Relatório Técnico 6: Avaliação do comportamento dos agentes na arquitetura proposta.** EDF Norte Fluminense, EDP e Energisa. São Paulo. 2017.

KONAC, A.; COIT, D. W.; SMITH, A. E. Multi-Objective Optimization Using Genetic Algorithms: A Tutorial. **Elsevier**, v. 91, n. 9, p. 992-1007, Sep. 2006.

KRISHNA, V. . S. R. Multilateral Bargaining. **The Review of Economic Studies**, v. 63, n. 1, p. 61-80, Jan. 1995.

LIMA, J. W. M. **Economia do Setor Eletro-Energético.** Universidade Federal de Itajubá. Itajubá, p. 123-139. 2010.

MOHRHAUER, T. **Comparison of Nodal, Zonal and Hybrid Market Structures with Respect to Operating Cost and Redispatch Volumes.** Swiss Federal Institute of Technology. Zurich, p. 3-17. 2016.

MOISEEVA, E.; HESAMZADEH, M. R. Strategic Bidding of a Hydropower Producer under Uncertainty: Modified Benders Approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 33, n. 1, p. 861-873, Apr. 2018.

MONTICELLI, A. J. Fluxo de Carga Linearizado. In: MONTICELLI, A. J. **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica.** São Paulo: Edgard Blucher, 1983. Cap. 2, p. 17-28.

NASH, J. F. The Bargaining Problem. **Econometrica**, v. 18, n. 2, p. 155-162, Apr. 1950.

ONS. **Treinamento Newave-Decomp: O SIN e os Modelos para o Planejamento da Operação Energética.** [S.l.]. 2017.

ONS. **Treinamento nos Modelos Newave/Decomp: Decomp - E.** [S.l.]. 2017.

OZDAGLAR, A. **Game Theory with Engineering Application: Lecture 14 - Nash Bargaining Solution.** MIT. Cambridge, p. 1-20. 2010.

---

- 
- PEREIRA, M. V. et al. Strategic Bidding Under Uncertainty: A Binary Expansion Approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 20, n. 1, p. 180-188, Fev. 2005.
- PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. **Mathematical Programming**, v. 52, n. 1-3, p. 359-375, Oct. 1991.
- RANGEL, L. **When Inputs Compete with Outputs: Competition Among Cascade Hydroelectricity Generators**. [S.l.]: University of Auckland, 200?.
- RANGEL, L. **Strategic Competition Among Cascade Hydropower Generators**. [S.l.]: Université de Toulouse, 2004.
- RAUSSER, G. C.; SWINNEM, J.; ZUSMAN, P. The Nash Solution to the Bargaining Problem. In: \_\_\_\_\_ **Political Power and Economic Policy**. 1. ed. London: Cambridge University Press, v. I, 2011. Cap. 2, p. 30-49.
- RUBINSTEIN, A. Perfect Equilibrium in a Bargaining Model. **Econometrica**, v. 50, p. 97-109, Jan. 1982.
- RUBINSTEIN, A.; BINMORE, K.; WOLINSKY, A. The Nash Bargaining Solution in Economic Modelling. **The Rand Journal of Economics**, v. 17, n. 2, p. 176-188, Summer 1986.
- SHAHIDEHPOUR, M.; YAMIN, H.; LI, Z. **Market Operations in Electric Power Systems: Forecasting, Scheduling, and Risk Management**. New York: John Wiley & Sons, 2002.
- SOUZA, Z. et al. **Centrais Hidrelétricas: Estudos para Implantação**. Rio de Janeiro: Eletrobrás, 1999.
- SUN, C.-L. **Equilibrium Problems with Equilibrium Constraints: Stationarities, Algorithms, and Applications**. Palo Alto. 2005.
- ULUCA, B. **Modeling Strategic Competition In Hydro Thermal Electricity Generation Markets With Cascaded Reservoir Hydroelectric Generating Plants**. Purdue University. West Lafayette, Indiana. 2006.
- VILLAR, J.; RUDNICK, H. Hydrothermal Market Simulator Using Game Theory: Assessment of Market Power. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 18, n. 1, p. 91-98, Feb. 2003.
-

# **APÊNDICE A**

## **SISTEMA TESTE**

---

Tabela A.1 - Dados elétricos do sistema teste.

Barra		r [pu]	x [pu]	Fluxo Max. [pu]	Barra		r [pu]	x [pu]	Fluxo Max. [pu]
De	Para				De	Para			
1	2	0,0316	0,1621	13,10	10	11	0,0353	0,1819	13,10
1	2	0,0316	0,1621	13,10	11	15	0,0000	0,0125	26,70
1	11	0,0306	0,1165	13,10	12	18	0,0000	0,0125	26,70
1	11	0,0306	0,1165	13,10	12	18	0,0000	0,0125	16,70
2	3	0,0172	0,0854	13,10	12	18	0,0000	0,0125	26,70
2	3	0,0172	0,0854	13,10	12	18	0,0000	0,0125	26,70
3	4	0,0463	0,2378	13,10	13	14	0,0015	0,0194	27,00
3	4	0,0463	0,2378	13,10	13	15	0,0016	0,0201	27,00
4	5	0,0386	0,1987	13,10	13	28	0,0011	0,1394	37,00
4	12	0,0158	0,0824	13,10	14	27	0,0172	0,2170	37,00
4	12	0,0158	0,0824	13,10	14	29	0,0008	0,0108	37,00
5	6	0,0096	0,1002	13,10	14	30	0,0005	0,0070	27,00
5	6	0,0096	0,1002	13,10	15	16	0,0022	0,0273	27,00
6	7	0,0325	0,1650	13,10	15	16	0,0024	0,0298	27,00
6	19	0,0228	0,1183	23,10	15	17	0,0016	0,0205	27,00
6	20	0,0042	0,0590	26,70	15	30	0,0005	0,0070	37,00
7	8	0,0154	0,0852	13,10	16	26	0,0127	0,1603	37,00
7	8	0,0154	0,0852	13,10	17	18	0,0025	0,0309	27,00
7	9	0,0065	0,0823	13,10	17	27	0,0009	0,0122	37,00
7	19	0,0253	0,1313	23,10	18	27	0,0315	0,3977	37,00
7	26	0,0030	0,1152	16,70	19	21	0,0062	0,0621	26,00
7	26	0,0030	0,1152	16,70	20	21	0,0660	0,2683	22,32
8	9	0,0162	0,0932	13,10	21	22	0,0029	0,0118	22,32
8	9	0,0162	0,0932	13,10	22	23	0,0246	0,1048	22,32
8	25	0,0020	0,0316	16,70	23	24	0,0269	0,1181	22,32
9	10	0,0204	0,1046	13,10	24	25	0,0461	0,1872	22,32
9	11	0,0468	0,2395	13,10	27	32	0,0020	0,0276	37,00
9	16	0,0000	0,0125	26,70	31	32	0,0012	0,0163	37,00
9	16	0,0000	0,0125	26,70					

Fonte: Modificado de (ALENCAR, 2015), onde  $S_{base} = 100\text{MVA}$ .

Tabela A.2 - Dados das UTEs do sistema teste.

Barra	Potência Mínima [MW]	Potência Máxima [MW]	Custo Variável de Operação [R\$/MWh]
1	0	40	50
2	0	120	425
3	0	400	400
4	0	50	63
5	0	55	68
6	0	100	180
7	0	40	70
8	0	35	79
9	0	40	75
10	0	110	175
11	0	40	85
12	0	50	100
13	0	90	140
14	0	95	250
15	0	97	200
16	0	45	57
17	0	200	325
18	0	120	225
19	0	420	375
20	0	40	66
21	0	200	280
22	0	60	110
23	0	40	90
24	0	350	350
25	0	40	78
26	0	45	115
27	0	150	300
28	0	50	135
29	0	40	160
30	0	350	450
31	0	35	60
32	0	40	82

Fonte: Autoria própria.

Tabela A.3 - Patamares da curva de demanda do sistema teste.

Barra	Estágio 1 [MW]	Estágio 2 [MW]	Estágio 3 [MW]
1	157,05	168,06	173,31
2	202,97	217,21	223,99
3	0,92	0,98	1,01
4	195,01	208,69	215,21
5	113,27	121,22	125,00
6	92,76	99,27	102,37
7	172,97	185,10	190,88
8	187,05	200,17	206,42
9	364,91	390,51	402,71
10	78,68	84,20	86,83
11	107,15	114,66	118,24
12	547,37	585,77	604,06
13	0,00	0,00	0,00
14	0,00	0,00	0,00
15	0,00	0,00	0,00
16	0,00	0,00	0,00
17	205,11	219,50	226,35
18	0,00	0,00	0,00
19	0,00	0,00	0,00
20	18,37	19,66	20,27
21	23,88	25,55	26,35
22	22,96	24,57	25,34
23	15,00	16,05	16,55
24	17,45	18,67	19,26
25	67,96	72,73	75,00
26	0,00	0,00	0,00
27	0,00	0,00	0,00
28	189,80	203,12	209,46
29	0,00	0,00	0,00
30	0,00	0,00	0,00
31	0,00	0,00	0,00
32	280,72	300,42	309,80

Fonte: Autoria própria.

**APÊNDICE B**  
**ARTIGO DESENVOLVIDO**

---



# XICBPE

## CONGRESSO BRASILEIRO DE PLANEJAMENTO ENERGÉTICO

CUIABÁ - MT  
11 a 14 de setembro de 2018

### **Oferta Estratégica de Energia Elétrica em Mercados do Tipo Loose-Pool: Uma Abordagem Baseada em Jogos Não-Cooperativos Aplicada a Produtores de Energia Hidrelétrica**

#### **RESUMO**

Este artigo apresenta um modelo capaz de determinar os perfis de estratégia adotados por produtores de energia hidrelétrica que atuam em um mercado oligopolista do tipo Loose-Pool. Cada agente estrategista está associado a um MPEC (Mathematical Program with Equilibrium Constraints), que é resultado da aplicação do Jogo de Stackelberg na representação do processo de oferta do par preço/quantidade ao MO (Market Operator). Utilizando as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) e a técnica de expansão binária, o conjunto de MPECs é reformulado, resultando, assim, em um conjunto de MILPPs (Mixed Integer Linear Programming Problems). O problema de equilíbrio de mercado entre os agentes forma um EPEC (Equilibrium Problem with Equilibrium Constraints) que é solucionado através da aplicação do Método da Diagonalização de Gauss-Seidel. Por meio de um sistema teste de 32 barramentos, com 7 hidrelétricas e 32 termelétricas, são identificadas as estratégias adotadas pelos agentes, e, também, é avaliado o quanto os resultados do EPEC se diferenciam dos que seriam obtidos em um regime do tipo Tight-Pool ao conduzir a despachos mais caros.

**Palavras-chave:** Oferta Estratégica, Teoria dos Jogos, Produtores de Energia Hidrelétrica, Loose-Pool, MPEC, EPEC.

#### **ABSTRACT**

This paper presents a model capable of determining the strategy profiles adopted by hydropower producers acting on an oligopolistic Loose-Pool market. Each strategist agent is related to a MPEC (Mathematical Program with Equilibrium Constraints) which

is the result of the Stackelberg Game that represents the strategic bidding of the price/quantity pair to the MO (Market Operator). Using the Karush-Kuhn-Tucker (KKT) conditions and the binary expansion technique, the set of MPECs is reformulated, resulting in a set of Mixed Integer Linear Programming Problems (MILPPs). The problem of market equilibrium between agents is classified as an EPEC (Equilibrium Problem with Equilibrium Constraints) that is solved by the Gauss-Seidel Diagonalization Method. By means of a 32-bus system with 7 hydroelectric and 32 thermoelectric power plants, the strategies adopted by the agents are identified, and it is also evaluated how much the EPEC results differ from those that would be obtained in a Tight- Pool as it leads to a more expensive dispatch.

**Keywords:** Strategic Bidding, Game Theory, Hydropower Producers, Loose-Pool, MPEC, EPEC.

#### NOMENCLATURA

$i$	Usina hidrelétrica (UHE)	$k$	Barramento
$j$	Usina termelétrica (UTE)	$t$	Estágio
$s$	Variável binária	$l$	Linha de transmissão
$\Omega_h$	Conjunto de usinas hidrelétricas	$\sigma$	Conjunto de variáveis primais do problema mestre
$\Omega_t$	Conjunto de usinas termelétricas	$u$	Conjunto de variáveis primais do problema escravo
$\Omega_i^{up}$	Conjunto de usinas hidrelétricas a montante de $i$	$\chi$	Conjunto de variáveis duais do problema escravo
$\Omega_i^{down}$	Conjunto de usinas hidrelétricas a jusante de $i$	$\vartheta$	Conjunto de variáveis binárias e auxiliares
$\hat{p}_{h,i,t}$	Preço ofertado [R\$/MW]	$\hat{g}_{h,i,t}$	Potência ofertada [MW]
$v_{r,i,t}$	Volume do reservatório [ $hm^3$ ]	$v_{v,i,t}$	Vazão vertida [ $m^3/s$ ]
$v_{t,i,t}$	Vazão turbinada [ $m^3/s$ ]	$g_{t,j,t}$	Geração termelétrica [MW]
$\gamma_{i,t}$	Variável dual da restrição de balanço hídrico	$\rho_{i,t,max}$	Variável dual da restrição de geração hidrelétrica máxima
$\lambda_t$	Variável dual da restrição de balanço energético	$\rho_{i,t,min}$	Variável dual da restrição de geração hidrelétrica mínima
$\mu_{i,t,max}$	Variável dual da restrição de limite máximo de fluxo	$\tau_{i,t,max}$	Variável dual da restrição de vazão vertida máxima
$\mu_{i,t,min}$	Variável dual da restrição de limite mínimo de fluxo	$\tau_{i,t,min}$	Variável dual da restrição de vazão vertida mínima
$\epsilon_{i,t,max}$	Variável dual da restrição de volume máximo do reservatório	$\xi_{j,t,max}$	Variável dual da restrição de geração termelétrica máxima
$\epsilon_{i,t,min}$	Variável dual da restrição de volume mínimo do reservatório	$\xi_{j,t,min}$	Variável dual da restrição de geração termelétrica mínima
$x_{i,s,t}$	Variável binária da oferta de preço	$z_{i,s,t}$	Variável auxiliar a $x_{i,s,t}$

$y_{i,s,t}$	Variável binária da oferta de geração	$w_{i,s,t}$	Variável auxiliar a $y_{i,s,t}$
$v_{i,t}$	Vazão natural incremental [ $\text{hm}^3$ ]	$N_s$	Número de variáveis binárias
$GC_i$	Potência contratada de $i$ por meio de contratos	$T$	Número de estágios
$PC_i$	Valor da potência contratada de $i$ por meio de contratos	$\eta$	Coefficiente de produtividade [ $\text{MW}/(\text{m}^3/\text{s})$ ]
$N_h$	Número de hidrelétricas	$\zeta$	Multiplicador volumétrico-temporal [ $(\text{m}^3/\text{s}) \times (\text{hm}^3/\text{h})$ ]
$N_t$	Número de termelétricas	$\kappa$	Preço futuro da potência [R\$/MW]
$N_d$	Número de centros de carga	$H$	Matriz de PTDFs (Power Transfer Distribution Factors)
$N_l$	Número de linhas	$b$	Custo variável

## 1. INTRODUÇÃO

A atuação estratégica de produtores de energia é um tema que vem ganhando força com a reestruturação e liberalização dos mercados de energia elétrica. Apesar das diferenças regulatórias, observa-se um padrão em grande parte dos casos de mercados reestruturados: a existência de um mercado a curto-prazo e com base horária, em que os agentes detentores de usinas ofertam o par preço/quantidade ao MO (Market Operator), que, por seguinte, efetua a liquidação das ofertas e demandas com base no LMP (Locational Marginal Price) [1, 2]. A maior parte dos artigos nessa linha de pesquisa trata de mercados em que os participantes controlam usinas sem acoplamento temporal, como no caso de UTEs [3]. A agregação de UHEs ao portfólio de usinas de um produtor introduz novas complicações ao problema de atuação estratégica: o já citado acoplamento temporal e o acoplamento espacial entre as UHEs numa mesma cascata. Neste último caso, o comportamento estratégico de um produtor é fortemente afetado pelo posicionamento privilegiado, ou não privilegiado, de suas UHEs com relação às UHEs de seus concorrentes [4, 5]. Como consequência disso, é possível que os controladores de UHEs situadas na cabeceira de cascatas tomem decisões que prejudiquem a operação das UHEs a jusante, e até mesmo contribuam para a desotimização da cascata como um todo se isso contribuir para a maximização do benefício próprio. Na análise desta questão, a Teoria dos Jogos tem se mostrado uma ferramenta matemática recorrentemente utilizada na literatura especializada que aborda o processo de tomada de decisão de agentes estrategistas. Em estudos a médio prazo, é frequente a aplicação dos Jogos de Cournot e Bertrand [6] que, através de uma curva de demanda inversa, captam a elasticidade demanda-preço em horizontes de tempo extensos [7, 8]. Já no curto-prazo, o jogo de Stackelberg [9] mostra-se uma ferramenta mais adequada, pois é possível internalizar no modelo

matemático o mecanismo de formação de preço do mercado spot. No caso do Loose-Pool, esse mecanismo é baseado no despacho por ordem de mérito, dado em função das ofertas de preço e potência de cada um dos produtores. Na existência de um único agente estrategista no mercado o problema de atuação estratégica pode ser formulado como um MPEC (Mathematical Program with Equilibrium Constraints) ou problema de otimização em dois níveis [10], como foi realizado nos seguintes trabalhos para o curto-prazo [1, 11, 12] e médio-prazo [13]. Para o caso de mercados compostos por mais de um agente estrategista, o comportamento individual dos produtores é afetado pelas decisões de seus concorrentes, sendo, em função disso, necessária a introdução de um Jogo de Nash para a representação desta dependência. O presente artigo contribui propondo um EPEC (Equilibrium Problem with Equilibrium Constraints) [14, 15] para a análise do comportamento estratégico de produtores que controlam UHEs e atuam no mercado por meio da oferta do par preço/potência ao MO. Cada MPEC é reformulado como um MILPP [1, 12] pela aplicação das condições de Karush-Kuhn-Tucker [16] e expansão binária [17]. O equilíbrio de mercado entre os produtores é obtido pela aplicação do Método da Diagonalização de Gauss-Seidel ao conjunto de MILPPs associados aos agentes estrategistas.

## 2. MODELO MPEC

### 2.1 – Formulação Matemática do Jogo de Stackelberg entre Produtor e MO

O modelo matemático fundamentado no Jogo de Stackelberg, e que descreve o comportamento de cada agente estrategista, é expresso de (1a) a (2i). Em (1a), a função payoff do produtor é composta pela soma de três termos: o primeiro termo consiste nos ganhos obtidos através do Loose-Pool, onde a remuneração é dada em função da energia vendida e valorada com base no  $LMP_{k,t}$  ( $\lambda_t - \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \mu_{\max,l,t} + \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \mu_{\min,l,t}$ ); o segundo termo, por sua vez, representa o valor da água remanescente no reservatório ao final do último estágio; enquanto o terceiro termo, por fim, representa os ganhos com contratos de venda de energia. De (1b) a (1c), respectivamente, tem-se as restrições de oferta máxima e mínima de geração e preço, que são expressas em função do conjunto de variáveis estratégicas  $\sigma = \{\hat{g}_{h_i,t}, \hat{p}_{h_i,t}\} \forall t \in \Omega_h$ . Em (2a), a função objetivo do problema escravo define o despacho por ordem de mérito estabelecido pelo MO em função de  $u = \{v_{r_i,t}, v_{t_i,t}, v_{w_i,t}, g_{j,t}\} \forall t, i \in \Omega_h \text{ e } j \in \Omega_t$ . Em (2b) e (2c), respectivamente, tem-se as

equações de balanço hídrico para cada UHE e balanço energético do sistema. Já as inequações presentes em (2d) representam as limitações de fluxo de potência da rede elétrica por meio de PTFDs (Power Transfer Distribution Factors) [18]. Por fim, as inequações (2e) a (2h) definem os valores mínimos e máximos das variáveis de decisão do MO.

$$\text{Max}_{\hat{g}_{h_i}, \hat{p}_{h_i}} \left\{ \sum_{t=1}^T (\text{LMP}_{k,t} \eta_i v_{i,t} - b_i \eta_i v_{i,t}) + \frac{\eta_i^k}{\zeta_T} (v_{i,T} - v_{i,\min}) + \sum_{t=1}^T \text{GC}_i (\text{PC}_i - \text{LMP}_{k,t}) \right\} \quad \forall i \in \Omega_h \quad (1a)$$

Sujeito a:

$$g_{h_i,\min} \leq \hat{g}_{h_i,t} \leq \eta_i v_{i,\max} - \text{GC}_i \quad \forall i \in \Omega_h \quad (1b)$$

$$p_{h_i,\min} \leq \hat{p}_{h_i,t} \leq p_{h_i,\max} \quad \forall i \in \Omega_h \quad (1c)$$

Onde:  $v_{r_{i,t}}, v_{t_{i,t}}, v_{v_{i,t}}, g_{t_{j,t}}, \forall i \in \Omega_h, \forall j \in \Omega_t$

$$\text{ArgMin}_u \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^{N_h} \hat{p}_{h_i,t} \eta_i v_{i,t} + \sum_{j=1}^{N_t} \hat{p}_{t_{j,t}} g_{t_{j,t}} - \sum_{i=1}^{N_h} \hat{p}_{h_i,t} \text{GC}_i \right\} \quad (2a)$$

Sujeito a:

$$v_{r_{i,t}} - v_{r_{i,t-1}} + \zeta_t v_{t_{i,t}} + \zeta_t v_{v_{i,t}} - \sum_{i' \in \Omega_i^{\text{up}}} \{ \zeta_t v_{i',t} + \zeta_t v_{v_{i',t}} \} = v_{i,t} \quad : \gamma_{i,t} \quad \forall i,t \quad (2b)$$

$$\sum_{k=1}^{N_b} \eta_k v_{k,t} + \sum_{k=1}^{N_b} g_{t_{k,t}} = \sum_{k=1}^{N_b} d_{k,t} \quad : \lambda_t \quad \forall i,t, \forall j,t \quad (2c)$$

$$f_{l,t,\max} \leq \sum_{k=1}^{N_b} H_{l,k} \{ \eta_k v_{k,t} + g_{t_{k,t}} - d_{k,t} \} \leq f_{l,t,\max} \quad : \mu_{l,t,\min}, \mu_{l,t,\max} \quad \forall l,t,k \quad (2d)$$

$$v_{r_{i,t,\min}} \leq v_{r_{i,t}} \leq v_{r_{i,t,\max}} \quad : \varepsilon_{i,t,\min}, \varepsilon_{i,t,\max} \quad \forall i,t \quad (2e)$$

$$\text{GC}_i \leq \eta_i v_{i,t} \leq \hat{g}_{h_i,t} + \text{GC}_i \quad : \rho_{i,t,\min}, \rho_{i,t,\max} \quad \forall i,t \quad (2f)$$

$$v_{v_{i,t,\min}} \leq v_{v_{i,t}} \leq v_{v_{i,t,\max}} \quad : \tau_{i,t,\min}, \tau_{i,t,\max} \quad \forall i,t \quad (2g)$$

$$g_{t_{j,t,\min}} \leq g_{t_{j,t}} \leq \hat{g}_{t_{j,t}} \quad : \xi_{j,t,\min}, \xi_{j,t,\max} \quad \forall j,t \quad (2h)$$

## 2.2 - Reformulação do Problema Escravo

O problema de programação matemática em dois níveis resultante do jogo de Stackelberg não pode ser resolvido pela aplicação direta de um solver. Sua estrutura não se encaixa em nenhum dos padrões admitidos, uma vez que o conjunto de restrições definidas de (2a)-(2i) não se apresenta como, apenas, um conjunto de restrições de igualdade e desigualdade, mas sim como um outro problema de otimização. A reformulação é realizada por meio da substituição completa do problema escravo pelas condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [19], que, por sua vez, consistem em quatro grupos de equações e inequações cujas soluções definem pontos de ótimo local ou global de problemas de programação linear ou não-linear. O

primeiro grupo é formado pelas Condições de Estacionariedade,  $\partial L(u,\chi)/\partial v_{i,t}$ ,  $\partial L(u,\chi)/\partial v_{i,t}$ ,  $\partial L(u,\chi)/\partial v_{i,t}$  e  $\partial L(u,\chi)/\partial g_{t,j}$ , expostas em (3a)-(3d), cujas expressões são definidas a partir do Lagrangeano  $L(u,\chi)$  associado ao problema escravo, onde  $\chi = \{Y_{i,t}, \lambda_t, \mu_{l,t,\max}, \mu_{l,t,\min}, \epsilon_{i,t,\max}, \epsilon_{i,t,\min}, \rho_{i,t,\max}, \rho_{i,t,\min}, \tau_{i,t,\max}, \tau_{i,t,\min}, \xi_{j,t,\max}, \xi_{j,t,\min}\} \forall t, l, i \in \Omega_h, j \in \Omega_t$  corresponde ao conjunto de variáveis duais associadas às restrições (2b)-(2h). Em seguida, são definidas as Condições de Viabilidade Dual (4), que restringem os sinais de alguns duais do conjunto  $\chi$ , e a Condição de Dualidade Forte (5), que impõe valor nulo à diferença entre a função objetivo do problema escravo primal  $P(u)$  com relação a função objetivo do problema escravo dual  $D(\chi)$ . Por fim, o último grupo, denominado Condições de Viabilidade Primal, é formado pelas restrições originais do problema escravo (2b)-(2h).

$$-Y_{i,t} + Y_{i,t+1} + \epsilon_{i,t,\max} - \epsilon_{i,t,\min} = 0 \quad (3a)$$

$$\eta_i \hat{\rho}_{h_i,t} - \zeta_t Y_{i,t} + \zeta_t \sum_{i' \in \Omega_t^{\text{down}}} Y_{i',t} - \eta_i \lambda_t + \eta_i \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \mu_{l,t,\max} - \eta_i \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \mu_{l,t,\min} + \eta_i \rho_{i,t,\max} - \eta_i \rho_{i,t,\min} = 0 \quad (3b)$$

$$-\zeta_t Y_{i,t} + \zeta_t \sum_{i' \in \Omega_t^{\text{down}}} Y_{i',t} + \tau_{i,t,\max} - \tau_{i,t,\min} = 0 \quad (3c)$$

$$\hat{\rho}_t - \lambda_t + \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \mu_{l,t,\max} - \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \mu_{l,t,\min} + \xi_{j,t,\max} - \xi_{j,t,\min} = 0 \quad (3d)$$

$$-\mu_{l,t,\max}, -\mu_{l,t,\min}, -\epsilon_{i,t,\max}, -\epsilon_{i,t,\min}, -\rho_{i,t,\max}, -\rho_{i,t,\min}, -\tau_{i,t,\max}, -\tau_{i,t,\min}, -\xi_{j,t,\max}, -\xi_{j,t,\min} \leq 0 \quad (4)$$

$$P(u) - D(\chi) = \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^{N_h} \left[ \hat{\rho}_{h_i,t} \eta_i v_{i,t} - v_{i,t} Y_{i,t} + v_{r_{i,t,\max}} \epsilon_{i,t,\max} - v_{r_{i,t,\min}} \epsilon_{i,t,\min} + \hat{g}_{h_i,t} \rho_{i,t,\max} + GC_{i,\rho_{i,t,\max}} - GC_{i,\rho_{i,t,\min}} + v_{v_{i,t,\max}} \tau_{i,t,\max} - v_{v_{i,t,\min}} \tau_{i,t,\min} \right] + \sum_{j=1}^{N_t} \left[ \hat{\rho}_{t,j} g_{t,j} + \hat{g}_{t,j} \xi_{j,t,\max} - g_{t,j,\min} \xi_{j,t,\min} \right] - \sum_{k=1}^{N_k} d_{k,t} \lambda_t + \sum_{l=1}^{N_l} \left[ -f_{l,\max} \mu_{l,t,\max} + f_{l,\max} \mu_{l,t,\min} + \sum_{k=1}^{N_k} d_{k,t} H_{l,k} (\mu_{l,t,\max} - \mu_{l,t,\min}) \right] \right\} = 0 \quad (5)$$

### 2.3 – Reformulação da Função Objetivo

A função objetivo associada ao problema mestre, expressa em não apresenta as variáveis de decisão do agente estrategista de forma explícita em sua composição, sendo, portanto, necessário reformula-la a fim de tornar matematicamente clara a influência do produtor sobre seu objetivo, conforme foi feito por Pereira *et al.* [1] e Moiseeva e Hesamzadeh [20]. O processo de reformulação inicia pela avaliação do termo complicador associado a receita obtida no Loose-Pool, que é composto por outros termos bilineares resultantes da multiplicação entre a vazão turbinada e as variáveis duais associadas às restrições de balanço energético e fluxo de potência  $\sum_{t=1}^T \left\{ \left( \lambda_t - \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \mu_{\max_{l,t}} + \sum_{l=1}^{N_l} H_{k,l} \mu_{\min_{l,t}} \right) \eta_i v_{i,t} \right\}$ . Sua reformulação é realizada por meio

de substituições utilizando as equações de balanço hídrico junto às Condições de KKT, especificadamente por meio das Condições de Estacionariedade e Condições de Folga Complementar. A nova função objetivo, expressa em (6), passa a depender das variáveis definidas em  $u$ ,  $\chi$  e  $\sigma$ , possuindo, apenas, termos bilineares associados a  $\sigma$ .

$$\sum_{t=1}^T \left\{ \eta_i v_{i,t} \hat{p}_{h_i,t} + \rho_{i,t,\max} \hat{g}_{h_i,t} + \rho_{i,t,\max} GC_i - \rho_{i,t,\min} GC_i + T_{i,t,\max} VV_{i,t,\max} - T_{i,t,\min} VV_{i,t,\min} + \varepsilon_{i,t,\max} V r_{i,t,\max} - \varepsilon_{i,t,\max} V r_{i,t,\max} - b_i \eta_i v_{i,t} \right\} + \frac{\eta_i K}{\zeta_T} (v r_{i,T} - v r_{i,\min}) + \sum_{t=1}^T GC_i (PC_i - LMP_{k,t}) \quad (6)$$

#### 2.4 – Expansão Binária das Variáveis do Agente Estrategista

Na função objetivo reformulada e na condição de dualidade forte as variáveis de oferta  $\hat{p}_{h_i,t}$  e  $\hat{g}_{h_i,t}$  compõem termos bilineares com  $v_{i,t}$  e  $\rho_{i,t,\max}$ . A fim de eliminar tais não-linearidades, as variáveis de decisão do agente estrategista passam por um processo de discretização [17] em que sua representação passa a ser feita por meio de um somatório de termos acionados por variáveis binárias  $x_{i,t,s}$  e  $y_{i,t,s}$  do conjunto  $\mathcal{D} = \{x_{i,t,s}, z_{i,t,s}, y_{i,t,s}, w_{i,t,s}\} \forall t, s \text{ e } i \in \Omega_h$ :  $\hat{p}_{h_i} = p_{h_i,\min} + \Delta \hat{p}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s x_{i,t,s}$  e  $\hat{g}_{h_i} = g_{h_i,\min} + \Delta \hat{g}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s y_{i,t,s}$ , onde  $\Delta \hat{p}_{h_i} = (p_{h_i,\max} - p_{h_i,\min}) / 2^{N_s+1}$  e  $\Delta \hat{g}_{h_i} = (g_{h_i,\max} - g_{h_i,\min}) / 2^{N_s+1}$ . Os termos bilineares são reescritos em função do somatório de variáveis auxiliares  $z_{i,t,s}$  e  $w_{i,t,s}$ , que representam a multiplicação entre variáveis binárias e outras contínuas,  $v_{i,t} x_{i,t,s}$  e  $\rho_{i,t,\max} y_{i,t,s}$ , como apresentado em (7a). Para haver consistência nesta representação, é necessária a inserção das inequações expressas em (7a) e (7a), que são responsáveis por assegurar que as variáveis auxiliares assumam os valores de  $v_{i,t}$  e  $\rho_{i,t,\max}$  quando as variáveis binárias associadas são acionadas.

$$p_{h_i,\min} + \Delta \hat{p}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s x_{i,t,s} \leq p_{h_i,\max}, \quad g_{h_i,\min} + \Delta \hat{g}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s y_{i,t,s} \leq g_{h_i,\max} \quad (7a)$$

$$v_{i,t} \hat{p}_{h_i,t} = v_{i,t} p_{h_i,\min} + \Delta \hat{p}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s z_{i,t,s}, \quad \rho_{i,t,\max} \hat{g}_{h_i,t} = \rho_{i,t,\max} g_{h_i,\min} + \Delta \hat{g}_{h_i} \sum_{s=0}^{N_s} 2^s w_{i,t,s} \quad (7b)$$

$$\frac{GC_i}{\eta_i} (1 - x_{i,t,s}) \leq v_{i,t} - z_{i,t,s} \leq v_{i,t,\max} (1 - x_{i,t,s}), \quad L_{\min} (1 - y_{i,t,s}) \leq \rho_{i,t,\max} - w_{i,t,s} \leq L_{\max} (1 - y_{i,t,s}) \quad (7c)$$

$$\frac{GC_{h_i}}{\eta_i} x_{i,t,s} \leq z_{i,t,s} \leq v_{i,t,\max} x_{i,t,s}, \quad L_{\min} y_{i,t,s} \leq w_{i,t,s} \leq L_{\max} y_{i,t,s} \quad (7d)$$

### 3. EPEC

Quando há mais de um tomador de decisão atuando no mercado, passa a ser necessário não apenas definir as estratégias de oferta com base no comportamento

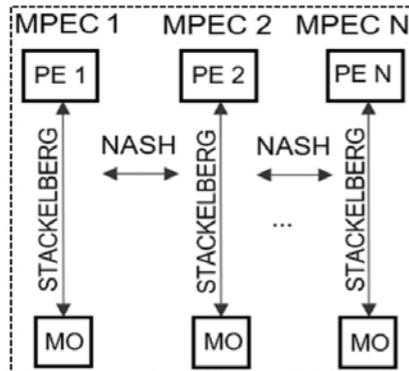


Figura 1 - Esquemas de jogos aplicado ao problema de mercado oligopolista.

---

```

Definir  $\sigma$ ,  $u$  e  $\chi$  iniciais e ciclo=0.
Enquanto  $\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_h} [ |(\hat{p}_{h_i,t}^{\text{ciclo}} - \hat{p}_{h_i,t}^{\text{ciclo+1}})| + |(\hat{g}_{h_i,t}^{\text{ciclo}} - \hat{g}_{h_i,t}^{\text{ciclo+1}})| ] < \text{tolerância}$ 
    ciclo=ciclo+1;
    Para  $i=1$  até  $i=N_h$ 
        Resolver MPEC associado a  $i$ ;
        Atualizar vetor de ofertas ao MO na posição  $i$ .
    fim
    Verificar condição do loop
fim

```

---

Algoritmo 1 - Método da Diagonalização de Gauss-Seidel aplicado ao EPEC.

do MO, mas, também, deve-se levar em consideração a racionalidade e os objetivos dos outros concorrentes. Em consequência disso, o problema que antes era modelado por meio de um único Jogo de Stackelberg, passa a ser modelado por meio de um conjunto de Jogos de Stackelberg em conjunção com um Jogo de Nash que se desenvolve entre os vários agentes estrategistas (PE), conforme expõe a Figura 1. Na Teoria dos Jogos, a solução para este problema de equilíbrio consiste em um perfil de estratégias caracterizado pelo fato de que nenhum dos agentes tem a capacidade de incrementar seus ganhos pela simples modificação unilateral de suas estratégias, o que consiste em um Ponto de Equilíbrio de Nash. Apesar da simplicidade conceitual, a determinação de um perfil de estratégias com essas características não é uma tarefa fácil já que cada MPEC, por si só, consiste em um problema complexo cujo tempo de resolução é dependente do número de variáveis binária consideradas e das características do sistema analisado. Em função disso, optou-se pela aplicação do Método da Diagonalização de Gauss-Seidel [15] descrito no Algoritmo 1.

#### 4. ESTUDO DE CASO

As simulações apresentadas nesta seção visam, em linhas gerais, gerar resultados para a avaliação do comportamento estratégico adotado pelos agentes, e de como esse mesmo comportamento pode distanciar o sistema de um ponto de operação que maximize o aproveitamento dos recursos disponíveis. Tais questões são avaliadas por meio do sistema exposto na Figura 2, que é composto por 32 barramentos e 43 linhas de transmissão que conectam eletricamente 7 UHEs a fio d'água e 32 UTEs. No Gráfico 1 são apresentadas as ofertas de preço associadas a

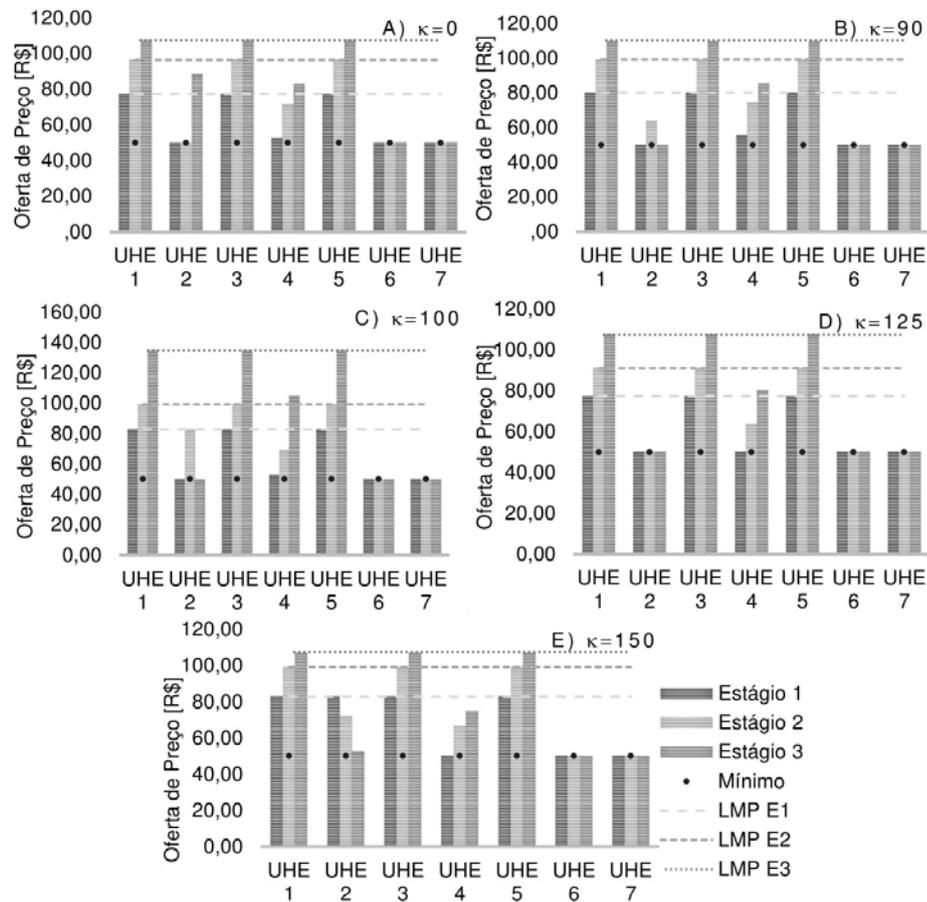


Gráfico 1 - Ofertas de preço realizadas pelos produtores considerando distintos valores para K.

cada uma das UHEs para os cenários A), B), C), D) e E). Nestes cenários considera-se que os reservatórios estão carregados com um volume de água igual a metade do volume útil, e as restrições de fluxo de potência são altas o bastante de forma que não haja congestionamento em nenhuma das linhas de transmissão. Os resultados mostram que os agentes controladores das UHEs 1, 3 e 5 ofertam preços elevados em todos os cenários avaliados. Em função disso, parte da geração que deveria ser alocada a tais usinas é alocada a UTEs com CVUs mais baixos, o que leva a conclusão de que a estratégia adotada por estes agentes é a de encarecer o preço da energia e abrir mão de parte da geração em prol da maximização do payoff, de forma similar ao que Bertrand propôs em seu jogo. Os outros agentes do grupo, por sua vez, optam por garantir o despacho total de sua potência ofertada por meio de ofertas

Tabela 1 – Diferença percentual entre o despacho efetivo médio e as ofertas de potência.

UHE	$\kappa$ [R\$]				
	0	90	100	125	150
1	-2,6	-10,6	-14,1	-8,3	-3,6
2	0,0	0,0	0,0	0,0	-7,3
3	-11,2	-9,9	-14,3	-10,9	-8,5
4	-0,6	-4,3	-3,0	-5,3	-5,0
5	-9,9	-16,0	-15,	-4,5	-14,4
6	0,0	0,0	0,0%	0,0	0,0
7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Total	-3,2	-5,4	-6,1	-3,9	-5,2

Tabela 2 - Diferença percentual entre o despacho efetivo médio no EPEC e Tight-Pool

UHE	$\kappa$ [R\$]				
	0	90	100	125	150
1	-2,5	-10,6	-14,1	-8,3	-3,6
2	0,0	0,0	0,0	0,0	-7,3
3	-11,2	-9,9	-14,2	-10,9	-8,5
4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	-9,9	-16,0	-15,8	-4,5	-14,4
6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Total	-3,1	-4,7	-5,6	-3,1	-4,4

de preços menores que, em alguns casos, chegam ao limite inferior pré-definido, como ocorre para os casos das UHEs 2, 4, 6 e 7. Quanto a oferta de potência, os agentes estrategistas optam por disponibilizar valores próximos a capacidade máxima de produção em todos os estágios, apesar de o MO não aceitar a totalidade de todas as ofertas, conforme mostra a Tabela 1. No regime de mercado Loose-Pool é esperado que o resultado do despacho final definido pelo MO seja diferente daquele que seria obtido em um regime totalmente centralizado. Na Tabela 2 é apresentada uma comparação entre os despachos médios obtidos pelo EPEC com relação ao despacho que seria obtido no modelo Tight-Pool. Os resultados indicam que as plantas UHE 1, UHE 3 e UHE 5, cujos agentes associados competem fortemente por meio do preço, são as usinas cujas variações individuais no despacho são mais representativas, já quando o sistema inteiro é considerado, a variação total cai para porcentagens pequenas e inferiores a 6%. No caso da complementação térmica, verifica-se no Gráfico 2 que no regime competitivo há um despacho maior de UTEs do que seria

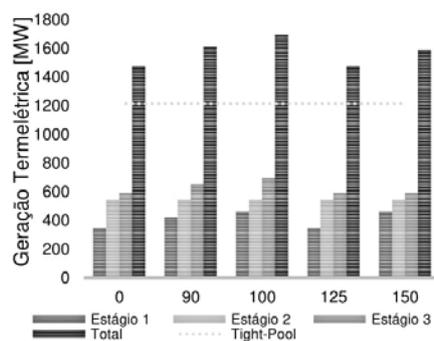


Gráfico 2 - Geração das termelétricas para cenários com distintos PFEE.

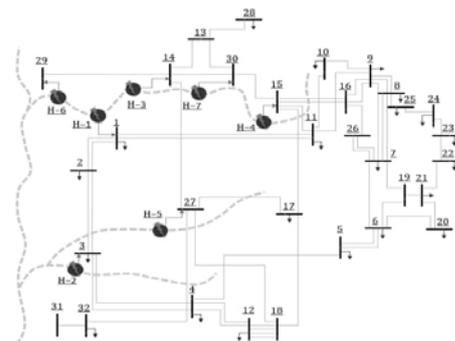


Figura 2 - Sistema Teste 7UHE e 32BUS.

Fonte: Modificado de [21]

obtido no regime Tight-Pool, as diferenças percentuais totais para cada cenário atingem os valores de 21, 32, 39, 21 e 31%.

## 5. CONCLUSÃO

Neste artigo foi apresentado um EPEC capaz de representar o processo de tomada de decisão dos agentes detentores de UHEs que atuam em um Loose-Pool. Nesta formulação, cada agente estrategista está associado a um MPEC que representa o processo de oferta estratégica ao MO. Por meio de um Jogo de Nash, foi introduzida a influência dos outros competidores no processo de tomada de decisão de cada agente. A aplicação do modelo foi ilustrada por meio de um sistema teste dotado de 7 agentes estrategistas associados às UHEs do sistema. Os resultados mostram que há uma tendência de os agentes detentores de usinas marginais agirem por meio do preço ao invés de quantidade, o que promove um aumento na participação das UTEs no despacho efetivo. No entanto, quando é avaliada a diferença percentual entre os despachos efetivos das UHEs no modelo EPEC com relação ao Tight-Pool verifica-se uma variação pequena que gira em torno dos 5%. Estes resultados mostram que a ação de agentes estrategistas no Loose-Pool conduz a preços maiores no mercado spot e a um menor aproveitamento dos recursos hídricos que afluem às UHEs, mas não o bastante a ponto de causar grandes distorções.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] M. V. Pereira, S. Granville, M. H. C. Fampa, R. Dix e L. A. Barroso, "Strategic Bidding Under Uncertainty: A Binary Expansion Approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, nº 1, pp. 180-188, fev. 2005.
- [2] H.-P. C. Chao e R. Wilson, "Design of Wholesale Electricity Markets," [Online]. Available: <http://web.mit.edu/esd.126/www/StdMkt/ChaoWilson.pdf>. [Acesso em 08 Nov. 2017].
- [3] F. A. Campos, J. Villar, C. Dias e A. Contreras, "Solving Conjectured Multi-Leader-Follower Equilibriums for Electricity Markets with Quadratic Optimization Problems," *9th International Conference on the European Energy Market*, 2012.
- [4] L. Rangel, Strategic Competition Among Cascade Hydropower Generators, Université de Toulouse, 2004.
- [5] L. Rangel, When Inputs Compete with Outputs: Competition Among Cascade Hydroelectricity Generators, University of Auckland, 2007.
- [6] R. Gibbons, "Game Theory for Applied Economists," Princeton, Princeton University Press, 1992, pp. 14-26.

- 
- [7] B. Uluca, "Modeling Strategic Competition In Hydro Thermal Electricity Generation Markets With Cascaded Reservoir Hydroelectric Generating Plants," West Lafayette, Indiana, 2006.
- [8] Instituto Acende Brasil, "Arquitetura de Mercado para a Comercialização de Energia Elétrica no Brasil: Análise, Simulação e Propostas. Relatório Técnico 6: Avaliação do comportamento dos agentes na arquitetura proposta," São Paulo, 2017.
- [9] T. S. Ferguson, "Game Theory: Part III Two-Person General-Sum Games," Los Angeles, 2014.
- [10] H. Pieper, "Algorithms for Mathematical Programs with Equilibrium Constraints with Applications to Desregulated Electricity Markets," Dissertation, Stanford, Palo Alto, 2011.
- [11] L. A. Barroso, R. D. Carneiro, S. Granville, M. V. Pereira e M. Farpa, "Nash Equilibrium in Strategic Bidding: A Binary Expansion Approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, nº 2, pp. 629-638, mai. 2006.
- [12] E. Moiseeva e M. R. Hesamzadeh, "Strategic Bidding of a Hydropower Producer under Uncertainty: Modified Benders Approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, 2017.
- [13] B. d. C. Flach, L. A. Barroso e M. V. Pereira, "Long-Term Optimal Allocation of Hydro Generation for a Price-Maker Company in a Competitive Market: Latest Developments and a Stochastic Dual Dynamic Programming Approach," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 4, nº 2, pp. 299-314, 2010.
- [14] D. Pozo e J. Contreras, "Finding Multiple Nash Equilibria in Pool-Based Markets: A Stochastic EPEC Approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, nº 3, pp. 1744-1752, ago. 2011.
- [15] C.-L. Su, "Equilibrium Problems with Equilibrium Constraints: Stationarities, Algorithms, and Applications," Dissertation, Stanford, Palo Alto, 2005.
- [16] A. J. Conejo, E. Castillo, R. Míguez e R. García-Bertrand, "Duality," em *Decomposition Techniques in Mathematical Programming*, Berlin, Springer, 2006, pp. 142-149.
- [17] A. Gupte, S. Ahmed, M. S. Cheon e S. S. Dey, "Solving Mixed Integer Bilinear Problems using MILP formulations," *SIAM Journal on Optimization*, vol. 23, nº 2, pp. 721-744, 2013.
- [18] California ISO, "Shift Factors: Methodology and Example," 12 jun. 2005. [Online]. Available: <http://www.caiso.com/docs/2004/02/13/200402131609438684.pdf>. [Acesso em 06 nov. 2017].
- [19] A. J. Conejo, E. Castilho, R. Míguez e R. García-Bertrand, "Duality," em *Decomposition Techniques in Mathematical Programming: Engineering and Science Applications*, 1 ed., A. J. Conejo, Ed., Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006, pp. 141-186.
- [20] E. Moiseeva e M. R. Hesamzadeh, "Strategic Bidding of a Hydropower Producer under Uncertainty: Modified Benders Approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, nº 1, pp. 861-873, Apr. 2018.
- [21] F. Cicconete, "Estudo Sobre a Operação Descentralizada de Sistemas com Predomínio de Geração Hidrelétrica," Florianópolis, 2013.

**APÊNDICE C**  
**ARQUIVOS AUXILIARES**

---

Tabela C.1 - Arquivo de configuração de máquina virtual vmconfig.vmc para implementação distribuída de MILPPs.

```

<?xml version="1.0"?>
<!-- Copyright IBM Corporation 2013, 2015. All Rights Reserved. -->
<!-- Example VMC file for two workers to which the master
connects via MPI. This configuration is for an MPI configuration with
at least three processes: the master at rank 0 and workers at ranks
1 and 2.
To actually use this file replace
MPIAPI by the MPI api type of your MPI lib (e.g., "mpich" or "openmpi"),
MPIDIR by the installation directory of your MPI version,
MPILIB by the name of your MPI library.
-->
<vmc>

<machine name="no01">
  <transport type="process">
    <cmdline>
      <item value="ssh"/>
      <item value="no01"/>
      <item value="/opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio1263/cplex/bin/x86-64_linux/cplex"/>
      <item value="-worker=process"/>
      <item value="-stdio"/>
      <item value="-libpath=/opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio1263/cplex/bin/x86-64_linux"/>
    </cmdline>
  </transport>
  <param name="threads" value="12" />
</machine>

<machine name="no02">
  <transport type="process">
    <cmdline>
      <item value="ssh"/>
      <item value="no02"/>
      <item value="/opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio1263/cplex/bin/x86-64_linux/cplex"/>
      <item value="-worker=process"/>
      <item value="-stdio"/>
      <item value="-libpath=/opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio1263/cplex/bin/x86-64_linux"/>
    </cmdline>
  </transport>
  <param name="threads" value="12" />
</machine>

<machine name="no03">
  <transport type="process">
    <cmdline>
      <item value="ssh"/>
      <item value="no03"/>
      <item value="/opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio1263/cplex/bin/x86-64_linux/cplex"/>
      <item value="-worker=process"/>

```

```
<item value="-stdio"/>
<item value="-libpath=/opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio1263/cplex/bin/x86-64_linux"/>
</cmdline>
</transport>
<param name="threads" value="12" />
</machine>

<machine name="no05">
<transport type="process">
<cmdline>
<item value="ssh"/>
<item value="no05"/>
<item value="/opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio1263/cplex/bin/x86-64_linux/cplex"/>
<item value="-worker=process"/>
<item value="-stdio"/>
<item value="-libpath=/opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio1263/cplex/bin/x86-64_linux"/>
</cmdline>
</transport>
<param name="threads" value="12" />
</machine>

<machine name="no06">
<transport type="process">
<cmdline>
<item value="ssh"/>
<item value="no06"/>
<item value="/opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio1263/cplex/bin/x86-64_linux/cplex"/>
<item value="-worker=process"/>
<item value="-stdio"/>
<item value="-libpath=/opt/ibm/ILOG/CPLEX_Studio1263/cplex/bin/x86-64_linux"/>
</cmdline>
</transport>
<param name="threads" value="12" />
</machine>

</vmc>
```

Tabela C.2 - CPLEX Parameter File Options.prm.

Nome	Valor
CPX_PARAM_THREADS	8
CPX_PARAM_SIFTALG	2
CPX_PARAM_PARALLELMODE	1
CPX_PARAM_APIENCODING	"*"
CPX_PARAM_CLONELOG	-1
CPX_PARAM_EPGAP	1.0e-03
CPX_PARAM_NODELIM	1.0e+09
CPX_PARAM_STARTALG	2
CPX_PARAM_SUBALG	2
CPX_PARAM_MIPSEARCH	2
CPX_PARAM_THREADS	8
CPX_PARAM_SIFTALG	2

Fonte: Autoria própria.